Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги
Самарқанд давлат университети

“ТАСДИҚЛАЙМАН”	“МАЪҚУЛЛАНДИ”
Самарқанд давлат университети	Ўзбекистон Республикаси
ректори проф. Р.И.Халмурадов	Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги
______________________	Олий Аттестация Комиссияси
____ ________________	раиси А.Т.Юсупов
	_____________________________
	_____ ______________________

01.01.01.- Математик анализ ихтисослик фани бўйича малакавий имтиҳон ДАСТУРИ

Ўзбекистон Республикаси Олий Аттестация Комиссияси Раёсатининг 2017 йил __ _________ ____ -сонли қарори билан тасдиқланган

Тошкент-2017

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая программа классификационного экзамена по специальности 01.01.01 –математический анализ базируется на основных разделах следующих математических дисциплин: математическое моделирование, математический анализ, теория функций действительной переменной, теория функций комплексной переменной, функциональный анализ.

Изучение учебных материалов, в соответствие с предложенными в программе темами, имеет своей целью овладение соискателями фундаментальных знаний по перечисленным разделам математического моделирования и математического анализа, лежащими в основе современных исследований в этой области.

Требования к уровню знаний соискателя: свободное владение основными методами дифференциального и интегрального исчисления, теории функций и функционального анализа; знание основных определений и фактов, а также идей доказательств центральных теорем. Кроме этого, соискатель должен уметь решать задачи, относящиеся к тематике программы и приводить необходимые примеры и контрпримеры.

Для сдачи квалификационного экзамена по специальности 01.01.01 – математический анализ предполагается наличие математического образования, соответствующего магистратуре университетов, а также базовых знаний, относящихся к алгебре, геометрии и топологии, теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными.

1. ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

1. Элементарные математические модели. Фундаментальные законы природы. Вариационные принципы. Применение аналогий при построении математических моделей. Нелинейность математических моделей.
2. Примеры моделей, получаемых из фундаментальных законов природы. Универсальность математических моделей. Примеры иерархии математических моделей. Различные варианты действия внешней силы в модели шарик-пружина. Учет сил трения. Концептуальная постановка задачи.
3. Построение математической модели. Этапы построения математической модели. Формулировка законов, связывающих основные объекты модели. Исследование математической задачи, к которой привела математическая модель. Критерий практики. Последующий анализ модели (накопление данных об изучаемых явлениях и модернизация математической модели).
4. Общая схема принципа Гамильтона. Уравнения движения, вариационные принципы и законы сохранения в механике. Уравнения движения в форме Ньютона. Уравнения движения в форме Лагранжа.
5. Вариационный принцип Гамильтона. Законы сохранения и свойства

пространства-времени. Модели некоторых математических систем. Маятник на свободной подвеске. Малые колебания струны.

6. Электромеханическая аналогия. Применение методов подобия. Анализ размерностей и групповой анализ моделей. Автомодельные процессы. Точные решения. Приближенные решения. Асимптотические разложения. Методы возмущений.
7. Сплошные среды и уравнения математической физики. О построении математических моделей сплошных сред. Уравнение колебаний. Уравнение диффузии. Уравнение переноса. Уравнения гидродинамики. Уравнения Максвелла. Уравнение Шредингера. Уравнение Клейна-Гордона.

Литература

1. А. А. Самарский, А. П. Михайлов. Математическое моделирование. М., Наука, 1997.
2. С.П.Капица, С.П.Курдюмов, Г.Г.Малинецкий. Синергетика и прогнозы будущего. –М., УРСС, 2003.
3. Д.И.Трубецков. Введение в синергетику. Хаос и структуры. –М., УРСС, 2003.
4. Ю.Ю.Тарасевич. Математическое и компьютерное моделирование. –М., УРСС, 2003.
5. Введение в математическое моделирование. Под ред. В. П. Трусова. -М., Логос, 2005.
6. Арнольд В.И. Жёсткие и мягкие математические модели. -М., - МЦНМО. 2000.
7. Амелькин. В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях. –М. Наука. Главная редакция физико-математической литературы. 1987.

2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

3.

1. Действительные числа и введение в анализ. Непрерывные функции и их свойства.
2. Глобальные свойства непрерывных функций на отрезке. Теоремы Вейерштрасса, Больцано-Коши. Равномерная непрерывность, теорема Кантора. Критерий глобальной непрерывности монотонной функции и критерий взаимной однозначности непрерывной функции на отрезке.
3. Дифференцируемые функции и их свойства. Основные теоремы (Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши) о дифференцируемых функциях. Правила Лопиталя.
4. Формула Тейлора, различные формы (Пеано, Лагранжа, Коши) остаточного члена в формуле Тейлора. Необходимые и достаточные условия локального экстремума функций.
5. Определение интеграла Римана. Критерий интегрируемости. Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла. Формy-

ла Ньютона-Лейбница, интегрирование по частям и замена переменной.

6. Дифференцируемые функции многих переменных. Частные производные функции. Достаточное условие дифференцируемости. Производная по направлению, градиент. Формула Тейлора с остаточными членами в форме Пеано и Лагранжа. Условия экстремума. Матрица Якоби. Производная композиции. Теоремы об обратной и о неявной функции.
7. Числовые и функциональные ряды, признаки сходимости, функциональные свойства суммы ряда. Степенные ряды, радиус сходимости, формула Коши-Адамара. Теоремы Абеля.
8. Интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность и дифференцируемость интегралов, зависящих от параметра. Гамма и бета-функции Эйлера, их функциональные свойства и соотношения для них.
9. Определение кратного интеграла Римана на множестве, измеримом по Жордану. Критерии интегрируемости. Классы интегрируемых функций. Критерий Лебега интегрируемости по Риману. Свойства интеграла Римана. Теорема Фубини и ее следствия. Замена переменной в интеграле Римана.
10. Криволинейный интеграл 1-го рода вдоль спрямляемой жордановой кривой, формулы для вычисления. Ориентация жордановой кривой.
11. Криволинейный интеграл 2-го рода вдоль ориентированной спрямляемой жордановой кривой.
12. Ориентация плоского контура. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути. Вычисление площадей с помощью криволинейного интеграла.
13. Поверхностные интегралы. Площадь гладкой поверхности. Ориентация поверхности. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода. Формулы Стокса и Гаусса-Остроградского. Скалярные и векторные поля, основные дифференциальные операторы векторного анализа.
14. Тригонометрические ряды. Условие сходимости ряда Фурье. Принцип локализациии. Теорема Фейера. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Характер сходимости ряда Фурье.

Литература

1. Азларов Т., Мансуров Х. Математик анализ, т. 1, 2. Т.: "Ўқитувчи", 1989.
2. Зорич В.А. Математический анализ. Т. 1, 2. М.: "Наука", 1984.
3. Никольский С.М. Курс математического анализа. Т. 1,2. М.: "Наука", 1991.
4. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ, Т. 1-2. М.:ТК Велби, изд-во Проспект, 2006
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Т.1, 2. М.: Физматлит. 2004.

6. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005 Т.1,2.
7. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1, 2. М.: Физматлит. 2001.
8. Рудин У. Основы математического анализа. М.: Мир. 1984.
9. Демидович Б.П. Сборник задач по математическому анализу. М.:АСТ: Астрель, 2006.

3. ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

1. Кольца, алгебры множеств. Меры, счетная аддитивность мер. Конструкция продолжения меры по Лебегу.
2. Измеримые функции. Сходимость последовательности функций по мере и почти всюду. Теоремы Егорова и Лузина.
3. Интеграл Лебега. Предельный переход под знаком интеграла. Теоремы Лебега, Леви и Фату.
4. Сравнение интегралов Лебега и Римана.
5. Прямые произведения мер. Теорема Фубини.
6. Неопределенный интеграл Лебега и теория дифференцирования. Дифференцируемость монотонной функции почти всюду.
7. Функции с ограниченным изменением (вариацией). Производная неопределенного интеграла Лебега. Задача восстановления функции по ее производной.
8. Абсолютно непрерывные функции. Теорема Радона–Никодима. Интеграл Стилтьеса.
9. Пространства суммируемых функций и ортогональные ряды. Неравенства Гельдера и Минковского. Пространства L_1, L_2 , их полнота. Полные и замкнутые системы функций. Ортонормированные системы в L_2 и равенство Парсеваля. Ряды по ортогональным системам.

Литература

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: "Наука", 1989.
2. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. М.: "Наука", 1974.
3. Саримсоқов Т.А. Ҳақиқий ўзгарувчининг функциялари назарияси, Т.: "Узбекистон", 1993.

4. ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

1. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями. Принцип сохранения области. Критерии однолистности.
2. Интегральная теорема Коши и ее обращение (теорема Мореры). Интегральная формула Коши. Теорема о среднем.
3. Принцип максимума модуля.
4. Лемма Шварца. Интеграл типа Коши, его предельные значения. Формулы Сохоцкого.

5. Гармонические функции, их связь с аналитическими функциями. Инвариантность гармоничности при конформной замене переменных. Бесконечная дифференцируемость.
6. Теорема о среднем и принцип максимума.
7. Теорема единственности.
8. Задача Дирихле. Формула Пуассона для круга.
9. Особые точки. Вычеты.
10. Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций; теорема Вейерштрасса. Представление аналитических функций степенными рядами, неравенства Коши. Нули аналитических функций.
11. . Изолированные особые точки (однозначного характера). Теорема Коши о вычетах. Вычисление интегралов с помощью вычетов.
12. Принцип аргумента.
13. Теорема Руше. Приближение аналитических функций многочленами.
14. Теорема Римана. Теоремы о соответствии границ при конформных отображениях.

Литература

1. Голузин Г.М. Геометрическая теория функций комплексного переменного. М.: "Наука", 1966.
2. Евграфов М.А. Аналитические функции. М.: "Наука", 1991.
3. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: "Наука", 1973.
4. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Т. 1, 2. М.: "Наука", 1967—1968.
5. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М.: "Наука", 1999.
6. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. Ч. 1. М.: "Наука", 1985.
7. Худойберганов Г., Ворисов А., Мансуров Ҳ. *Комплекс анализ (маърузалар)* – Т. “Университет”, 1998.

5. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

1. Метрические и топологические пространства. Сходимость последовательностей в метрических пространствах.
2. Полнота и пополнение метрических пространств.
3. Сепарабельность в метрических пространствах.
4. Принцип сжимающих отображений.
5. Компактность множеств в метрических и топологических пространствах. Критерий компактности множеств в пространстве C[a, b].
6. Непрерывные отображения метрических пространств. Теоремы Вейерштрасса и Кантора.
7. Нормированные и банаховы пространства. Критерий компактности единичного шара.

8. Евклидовы пространства. Гильбертовы пространства и ряды Фурье в них. Изоморфизм сепарабельных бесконечномерных гильбертовых пространств.
9. Непрерывные линейные функционалы. Общий вид линейных ограниченных функционалов на основных функциональных пространствах. Сопряженное пространство. Слабая топология и слабая сходимость. Теорема Банаха–Хана.
10. Линейные ограниченные операторы и сопряженные к ним. Пространство линейных ограниченных операторов. Принцип равномерной ограниченности. Спектр и резольвента. Компактные (вполне непрерывные) операторы. Спектр компактных операторов. Теоремы Фредгольма.

Литература

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: "Наука", 1989.
2. Хелемский А.Я. Лекции по функциональному анализу. М.: МЦНМО, 2004.
3. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. М.: "Высшая школа", 1982.
4. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т. 1. Функциональный анализ. М.: "Мир", 1976.
5. Рудин У. Функциональный анализ. М.: "Мир", 1975.
6. Саримсоқов Т.А. Функционал анализ курси, Т.: "Ўқитувчи", 1980.