

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIV TA‘LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI**

**SHAROF RASHIDOV NOMIDAGI
SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI**



**01.01.01 – MATEMATIK ANALIZ IXTISOSLIGI BO‘YICHA TAYANCH
DOKTORANTURAGA KIRISH SINOV LARI UCHUN MUTAXASSISLIK
FANLARIDAN**

DASTUR VA BAHOLASH MEZONI

Annotatsiya:

Dastur 01.01.01 – Matematik analiz ixtisosligiga kiruvchilar uchun 5A130101, 5A130101 – Matematika (yo‘nalishlar bo‘yicha) mutaxassisliklarining 2020-yilda tasdiqlangan o‘quv rejasidagi asosiy fanlar negizida tuzildi.

TUZUVCHILAR:

S.N.Laqayev	SamDU, matematik fizika va funksional analiz kafedrası mudiri, fizika-matematika fanlari doktori, akademik
A.M.Xalxo‘jayev	O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika instituti Samarqand bo‘linmasi boshlig‘i, fizika-matematika fanlari doktori
I.A.Ikromov	O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi V.I.Romanovskiy nomidagi Matematika instituti professori, fizika-matematika fanlari doktori

Dastur Matematika fakultetining 2023-yil 30-oktabrdagi № 3-sonli Kengash yig‘ilishida muhokama qilingan va tasdiqlashga tavsiya etilgan.

KIRISH

Mazkur dastur 01.01.01 – Matematik analiz mutaxassisligi bo'yicha tayanch doktorantura (PhD) ga kiruvchilar uchun mo'ljallangan bo'lib, Davlat ta'lim standartlari asosida tuzilgan. Dasturda matematik analiz, kompleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi, haqiqiy o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi hamda funksional analiz fanlarining asosiy mavzulari va tushunchalari kiritilgan. "Matematik tahlil" mutaxassisligi bo'yicha tayanch doktorantura(PhD) ga kiruvchilar dasturda keltirilgan mavzularni yaxshi bilishi, qo'llay olishi va zarur ko'nikmalarga ega bo'lishi lozim.

Asosiy qism

1. Sonli qator tushunchasi. Qatorlarning yaqinlashuvchik alomatlari, Koshi kriteriysi
Qatorlar ustida amallar.
2. Absolyut va shartli yaqinlashuvchi qatorlar. Ishorasi almashinuvchi qatorlar. Leybnis teoremasi.
3. Funksional ketma-ketliklar va qatorlarning yaqinlashish sohasi. Tekis yaqinlashish haqidagi Koshi kriteriysi.
4. Funksional qatorlarning tekis yaqinlashish uchun Dirixle, Abel va Veyershtrass alomati.
5. Funksional qator yig'indisining hamda funksional ketma-ketlik limit funksiyasining uzluksizligi. Funksional qatorlarni hadma-had integrallash hamda hadma-had differensiallash.
6. Darajali qatorlar. Darajali qatorlarning yaqinlashish radiusi va yaqinlashish oralig'i Koshi-Adamar teoremasi.
7. Funksiyaning Teylor qatori.
8. Xosmas integral tushunchasi. Yaqinlashuvchi xosmas integralning xossalari. Yaqinlashish kriteriysi va alomatlari.
9. Bir va ko'p o'zgaruvchili funksiya va uning limiti. Funksiya limitining mavjudlik sharti. (Koshi kriteriyasi.)
10. Bir o'zgaruvchili funksiyaning , tekis uzluksizligi. Kantor teoremasi.
11. Bir o'zgaruvchili funksiyaning hosilasi, xossalari.
12. Ikki o'zgaruvchili funksiyaning uzluksizligi, tekis uzluksizligi. Kantor teoremasi.
13. Ikki o'zgaruvchili funksiya xususiy hosilasi, xossalari. Ikki o'zgaruvchili funksiyaning differensial, differensiallanuvchilikning zaruriy hamda yetarli shartlari.
14. Oshkormas funksiya tushunchasi. Oshkormas funksiya mavjudligining yetarli shartlari.
15. Ikki karrali Riman integralining ta'rifi. Integrallanuvchanlik kriteriysi.
16. Ikki karrali integralni takroriy integralga keltirish, Karrali integrallarda o'zgaruvchilarni almashtirish.

17. Kompleks sonlar va ular ustida amallar. Kompleks sonning trigonometrik va ko'rsatkichli shakli.
18. Ketma ketlikning limitik nuqtasi. Bolsano Veyershtrass teoremasi. Limitlar nazariyasining asosiy teoremlari, Koshi kriteriyasi.
19. Kompleks o'zgaruvchili funksiya tushunchasi. Funksiya limiti.
20. Tekis uzluksizlik tushunchasi. Kantor teoremasi. Geyne Borel lemmasi.
21. Funksional ketma ketlik va uning tekis yaqinlashishi. Koshi kriteriyasi.
22. Funksional qator va uning tekis yaqinlashishi. Qator tekis yaqinlashishining yetarli shartlari.
23. Darajali qatorlar, ularning yaqinlashish sohasi. Abel teoremasi.
24. Kompleks o'zgaruvchili funksiya hosilasi. Hosila mavjud bo'lishining shartlari.
25. Analitik (regulyar) funksiya, xossalari. Yagonalik teoremasi.
26. Kompleks o'zgaruvchili funksiyaning integrali, xossalari.
27. Oddiy kontur uchun Koshining integral teoremasi. Oddiy kontur uchun Koshining integral formulasi. Yagonalik teoremasi.
28. Regulyar funksiyaning nollari va ajralgan maxsus nuqtalari. Butun va meromorf funksiyalar.
29. Maxsus nuqta atrofida Loran qatori.
30. Funksiya qoldig'i tushunchasi. Qoldiqlar nazariyasining asosiy teoremasi. Meromorf funksiyaning ajralgan maxsus nuqtalardagi va cheksiz uzoqlashgan nuqtadagi qoldig'ini hisoblash.
31. Qoldiqlar nazariyasining xosmas va aniq integrallarni hisoblashga tatbiqi.
32. Sanoqli to'plamlar va ularning xossalari.
33. Ekvivalent to'plamlar. Kontinium quvvatli to'plamlar. Quvvatlarni solishtirish.
Kantor-Bernshteyn teoremasi.
34. Elementar to'plamlar. Elementar to'plam o'lchovi va uning xossalari.
35. O'lchovli funksiyalar va ularning xossalari.
36. Lebeg o'lchovining σ -additivlik, uzluksizlik va monotonlik xossalari.
37. Sodda funksiyalar ushuncha Lebeg integrali va uning xossalari
38. Ixtiyoriy funksiya uchun Lebeg integrali va uning xossalari.
39. Lebeg integrali ostida limitga o'tish. Lebeg, Levi va Fatu teoremlari.
40. Chiziqli fazolar. Chiziqli fazo o'lchami, qism fazosi. Faktor fazolar va ularning xossalari
41. Chiziqli funkcionallar. Xan-Banax teoremasi.

42. Chiziqli normalangan fazolar. Normalangan fazoning qism fazosi va faktor fazosi. To'la normalangan fazolar

43. Yevklid fazolari. Ortogonal normallangan vektorlar. Shmidtning ortogonallashtirish jarayoni, Koshi-Bunyakovskiy tengsizligi

44. Yevklid fazosida to'la sistemalar. Fure qatori. Fure koeffitsienti. Bessel tengsizligi va Parseval tengligi. Riss-Fisher teoremasi.

45. Funksiyaning Fur'e qatori. Juft va toq funksiyalarning Fur'e qatorlari. Fur'e qatorining yaqinlashuvchiligi.

46. Gilbert fazolari. Gilbert fazolarining to'g'ri yig'indisi.

47. Chiziqli chegaralangan operatorlar va ularning xossalari.

Operatorning normasi

48. Operatorlar ketma-ketligining yaqinlashuvchiligi.

49. Teskari operatorlar. Teskari operator haqidagi Banax teoremasi

50. Gilbert fazolarida qo'shma operatorlar va ularning xossalari

51. Chiziqli chegaralangan operatorning spektri va rezolventasi. Xos qiymat va xos funksiya tushunchalari.

52. Kompakt operatorlar va ularning asosiy xossalari. Gilbert-Shmidt teoremasi. Kompakt operatorning spektri.

53. Chiziqli integral tenglamalar. Fredgolm va Volterra integral tenglamalari. Ajralgan yadroli integral tenglamani yechish.

54. Kuyidagi sonlar ketma-ketligi limitini toping.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^{101} - \sqrt{n} - 7}{\sqrt{5} + n + 2^{n-2}}$$

55. Funksiya limiti ta'rifidan foydalanib, kuyidagi munosabatni

56. isbotlang.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x} = 0.$$

57. Kuyidagi limitlarni xisoblang (Lopital koidasidan foydalanmang)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^x.$$

58. $f(x) = 1 + \cos 2x$ funksiyaning $\forall x_0 \in R$ nuktada uzluksiz bulishini kursating.

59. Kuyidagi funksiyaning uzilish nuqtalari va ularning turini aniklang

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + x - 6}.$$

60. Kuyidagi funksiyaning xosilasini toping $y = \frac{2x-1}{1-x^2}.$

61. Tenglamasi parametrik shaklida berilgan kuyidagi $u=u(x)$ funksiyalarning $y'_x = ?$ xosilasini toping.

$$x = \sin^2 t, \quad y = \cos^2 t \quad 0 < t < \frac{\pi}{2}, \quad y'_x = ?$$

62. Kuyidagi funktsiyaning ekstremum qiymatlarini toping.

$$y = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} - 6x + 1.$$

63. $f = x^2$, $g(x) = 4x^2$ funktsiyalar $[-1,1]$ da Koshi teoremasining xamma shartlarini kanoatlantiradimi?

64. $f(x) = x(x^2 - 1)$ funktsiya $[-1,1]$ da Roll teoremasining shartlarini kanoatlantiradimi?

65. Anikmas integralni xisoblang $\int x \cdot e^{-x^2} dx$.

66. Anikmas integralni xisoblang $\int \frac{dx}{3x^2 - 5}$.

67. Anikmas integralni xisoblang $\int \frac{dx}{(x+1)(x^2+1)}$.

68. Anik integralni xisoblang $\int_2^9 \sqrt[3]{x-1} dx$.

69. Anik integralni xisoblang $\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$.

70. Sonli kator yigindisini toping $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2) \cdot (3n+1)} + \dots$

71. Kuyidagi katorni yaqinlashishga tekshiring $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$.

72. Kuyidagi katorni yaqinlashishga tekshiring $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{10^n}$.

73. $A: l_2 \rightarrow l_2$, $Ax = (b_1x_1, b_2x_2, \dots, b_nx_n, \dots)$, $D(A) = l_2$ operatorning spektrini toping.

74. $(Af)(x) \in (x+1)f(x)$, $A: L_2[0,1] \rightarrow L_2[0,1]$ operatorning teskarisini toping.

75. $Ax = (x_1, 2x_2, 3x_3, 0, 0, \dots)$ $A: l_2 \rightarrow l_2$, $D(A) = l_2$ operatorning barcha xos qiymatlarini toping.

76. $A: R^3 \rightarrow R^3$, $Ax = (2x_1, 3x_2, 5x_3)$ operatorga teskari operatorni toping

77. $A: l_1 \rightarrow l_1$, $Ax = \left(0, \frac{1}{2}x_2, \dots, 0, \frac{1}{2^n}x_n, 0, \dots\right)$ operatorning xos qiymatlari to'plamini toping.

78. $A: l_2 \rightarrow l_2$ $Ax = (a_1x_1, a_2x_2, \dots, a_nx_n, \dots)$ operatorning qo'shmasini toping. Bu yerda $D(A) = l_2$, $\sup |a_n| \leq 1$.

79. $A: L_2[0,1] \rightarrow L_2[0,1]$, $(Af)(x) = xf(x)$ operatorning $R_\lambda(A)$ rezolventasini toping.

80. $Ax = (x_1, 2x_2, x_3, 0, 0, \dots)$ $A: l_2 \rightarrow l_2$, $D(A) = l_2$ operatorning barcha xos qiymatlarini toping.

81. Quyidagi operatorlardan kompaktlikka tekshiring
 $Ax = (x_1, 0, x_2, 0, \dots)$, $A: \ell_2 \rightarrow \ell_2$.
82. $A = \bigcup_{n=1}^5 [3^{2-n}, 2^{3-n}]$ to'plamning o'lchovini toping.
83. $A = \bigcup_{n=1}^4 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{8}, \frac{1}{n} + \frac{1}{8}\right)$ to'plamning o'lchovini toping.
84. $f: A \rightarrow R$ funksiya sodda ekanligini ko'rsatib, uning Lebeg integralini hisoblang: $f(x) = [2x]$, $A = [0, 3]$.
85. $X = \ell_2$ fazoda $x = (1, 1, 0, 1, 0, 0, \dots)$ va $y = (2, 3, 0, 0, \dots)$ elementlar orasidagi masofani toping.
86. $f: A \rightarrow R$ funksiya soda ekanligini ko'rsatib, uning Lebeg integralini hisoblang: $f(x) = [x]$, $A = [0, 3]$. $x = (x_1, x_2) \in X$ vektor fazo bo'lsin, $\|x\|_\infty = \max\{|x_1|, |x_2|\}$ uchun X da normashartlarini tekshiring.
87. $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X$ vektor fazodan bo'lsin, $\|x\|_1 = |x_1| + |x_2| + \dots + |x_n|$ uchun X da normashartlarini tekshiring.
88. $\ell^p, p \geq 1$ vektorfazodagi $\|x\| = (|x_1|^p + |x_2|^p + \dots + |x_n|^p + \dots)^{1/p}$ uchun normashartlarini tekshiring.
89. $A: C[-1, 1] \rightarrow C[-1, 1]$, $(Ax)(t) = te^t x(t)$ chiziqli, chegaralanganlikka tekshiring va normasini toping.
90. $A: C[-3, 3] \rightarrow C[-3, 3]$, $(Ax)(t) = te^t x(t)$ chiziqli, chegaralanganlikka tekshiring va normasini toping.
91. $A: C[-2, 2] \rightarrow C[-2, 2]$, $(Ax)(t) = tx(t)$ chiziqli, chegaralanganlikka tekshiring.
92. $E = \ell_2$, $\rho(x, y) = 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{x_k y_k}$ skalyar ko'paytma aniqlaydimi?
93. $E = R^3$, $\rho(x, y) = x_1 y_1 + x_2 y_2 - x_3 y_3$ skalyar ko'paytma aniqlaydimi?
94. $E = \ell_2$, $\rho(x, y) = -2 \sum_{k=1}^{\infty} x_k y_k$ skalyar ko'paytma aniqlaydimi?
95. Quyidagi qatorni yaqinlashuvchi, absolyut yaqinlashuvchi ekanligini aniqlang: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^{3n}}{i + n^2}$.
96. Ushbu tenglama bilan berilgan chiziqni chizmada tasvirlang: $|z - 2| + |z + 2| = 6$.
97. Ushbu tengsizliklar bilan kompleks tekislikdagi nuqtalar to'plami toping va chizmasini chizing: $\left| \frac{z-1}{z-i} \right| > 2$.
98. Quyidagi funksiyaning haqiqiy va mavhum qismlarini ajrating:
 $f(z) = \frac{z-i}{z+i}$.
99. Ko'rsatilgan x va y o'zgaruvchilar funksiyasini $z = x + iy$ o'zgaruvchining funksiyasi sifatida yozing: $f = \frac{x(ix-1) + iy(y+1)}{x^2 + y^2}$.
100. Quyidagi funksiyaning aniqlanish sohasini, uzluksizlik va uzilish nuqtalarini toping $f(z) = \begin{cases} \frac{z^2(z^2 + 1 + i)}{\sin^2 z}, & z \neq 0; \\ 1 + i, & z = 0 \end{cases}$.

101. Quyidagi qatorni berilgan to'plamda tekis yaqinlashuvchi ekanligini isbotlang: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} z^{-2n}$ ($E: |z| \geq 1$).

102. Quyidagi darajali qatorlarning yaqinlashish radiusini toping: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} z^n$.

103. Quyidagi funksiyalar qaerda differensiallanuvchi ekanligini aniqlang va hosilasini hisoblang: $f(z) = \frac{e^z + 1}{e^z - 1}$.

104. Berilgan funksiyaga ko'ra bir qiymatli analitik funksiyani tiklang: $\operatorname{Re} f(z) = u(x, y) = y^3 - 3x^2y$

105. $\int_L |z| dz$ integrallarni hisoblang, bunda $L: z = -i$ nuqtadan $z = i$ nuqtaga boruvchi to'g'ri chiziq kesmasi.

106. Qavs ichida ko'rsatilgan sohada quyidagi funksiyani boshlang'ich funksiyaga ega emasligini isbotlang: $f(z) = \frac{1}{z} - \frac{1}{z-1}$ ($0 < |z| < 1$).

107. Koshining integral formulasi yordamida integralni hisoblang: $\int_{|z|=2} \frac{dz}{z^2 + 1}$.

108. Quyidagi integrallarni hisoblang: $\int_{|z-i|=4} \frac{\sin z}{\left(z - \frac{\pi}{3}\right)^4} dz$.

109. Quyidagi integrallarni hisoblang: $\int_{|z-1|=1} \frac{\sin z}{(z-1)^4} dz$.

110. Quyidagi integrallarni hisoblang: $\int_{|z-i|=4} \frac{\cos z}{\left(z - \frac{\pi}{3}\right)^4} dz$.

111. Quyidagi integrallarni hisoblang: $\int_{|z-1|=2} \frac{e^z}{(z-1)^3} dz$.

112. Quyidagi funksiyani nol nuqta atrofida Teylor qatoriga yoyilmasini toping: $\frac{1}{(z+1)(z-2)}$.

113. $z = 0$ nuqta atrofida regulyar va quyidagi $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{2n+1}$ shartni qanoatlantiruvchi $f(z)$ funksiya mavjudmi?

ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Alimov Sh.A., Ashurov R.R. Matematik analiz, 1-3qism T. 2013(2018) yil
2. Xudayberganov G., Vorisov A.K., Mansurov X.T., Shoimqulov B.A. Matematik analizdan ma'rizalar, I, II qismlar. T. "Vorish-nashriyot". 2010.
3. Ilin V.A., Sadovnichiy V.A., Sendov B.X. Matematicheskii analiz 1, 2 t. M. Izd-vo MGU. 1987.
4. Ter-Krikorov A.M., Shabunin M.I. – Kurs matematicheskogo analiza M.: «BINOM» 2015.
5. Demidovich B.P. Sbornik zadach po matematicheskomu analizu. M. «Nauka». 1990.
6. Shabat B.V. Vvedenie kompleksnyy analiz. M.: URSS, 2015.
7. S.Usmanov. Matematik analiz: Ko'p o'zgaruvchili funksiyalar. Qatorlar va parametrqa bog'liq integrallar. O'quv qo'llanma. SamDU nashriyati. Samarqand 2022.
8. A.N. Kolmogorov, S.V. Fomin. Elementy teorii funktsiy i funktsionalnogo analiza. 1980.
9. Sarimsoqov T.A. Funktsional analiz kursi. Toshkent 1986.
10. Ochan Yu.S. Sbornik zadach po matematicheskomu analizu. 1981.
11. Trenogin V.A. Funktsionalnyy analiz. 1984.
12. J.I. Abdullaev., R.N. G'anixo'jaev., I.A. Ikromov. "Funktsional analizdan masalalar to'plami". I, II, III. qismlar. Toshkent. Turon-Iqbol. 2013.
13. Sirojiddinov S.X., Saloxitdinov M.S., Maksudov Sh. Kompleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi. T. Ukituvchi, 1979.
14. Privalov I.I. Vvedenie v teorii funktsii kompleksnogo peremennogo. M., URSS, 2015
15. Palka B.P. Complex analysis. Springer, Germany, 1995
16. Sidorov Yu.V., Fedoryuk M.V., Shabunin M.I. Lektsii po teorii funktsii kompleksnogo peremennogo. M. URSS, 2015
17. Bitsadze A.V. Osnovy teorii analiticheskix funktsiy kompleksnogo peremennogo. M. Nauka, 1972.
18. Yevgrafov M.A., Sidirov Yu.V. i dr. Sbornik zadach po teorii analiticheskix funktsiy. M. URSS, 2015.
19. Yevgrafov M.A. Analiticheskie funktsii. M. Nauka, URSS, 2015

**SHAROF RASHIDOV NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT
UNIVERSITETINING TAYANCH DOKTORANTURA
IXTISOSLIKLARIGA KIRISH SINOVLARI UCHUN MAXSUS
FANLARDAN DA'VOGARLARNING BILIMLARINI
BAHOLASH MEZONI**

Sinov topshirish shakli	Yozma
Ajratilgan vaqt	120 daqiqa
Savollar soni	5
Har bir savol uchun belgilangan ball	20
Maksimal ball	100