САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ИЛМИЙ ДАРАЖАСИНИ БЕРУВЧИ PhD.27.06.2017.FM.02.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

АЛИМОВ ҲАКИМ НЕМАТОВИЧ

КАСР ТАРТИБЛИ БОШҚАРИЛУВЧИ ТИЗИМЛАРДА ҚУВИШ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ЎЙИНЛАР НАЗАРИЯСИ

01.01.02 – Дифференциал тенгламалар ва математик физика

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси АВТОРЕФЕРАТИ

Самарқанд – 2019

УДК: 517.977

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical-mathematical sciences

**САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ
ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ИЛМИЙ ДАРАЖАСИНИ БЕРУВЧИ
PhD.27.06.2017.FM.02.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ**

САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

АЛИМОВ ҲАКИМ НЕМАТОВИЧ

КАСР ТАРТИБЛИ БОШҚАРИЛУВЧИ ТИЗИМЛАРДА ҚУВИШ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ЎЙИНЛАР НАЗАРИЯСИ

01.01.02 – Дифференциал тенгламалар ва математик физика

**Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси
АВТОРЕФЕРАТИ**

Самарқанд – 2019

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (Doctor of Philosophy) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2019.2.PhD/FM334 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Жиззах давлат педагогика институтида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (www.samdu.uz) ва «Ziyonet» Ахборот таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар:	**Дурдиев Дурдимурод Қаландарович** физика-математика фанлари доктори, профессор
Расмий оппонентлар:	**Бегматов Акрам Хасанович** физика-математика фанлари доктори, профессор
	Тухтасинов Мўминжон физика-математика фанлари доктори, профессор
Етакчи ташкилот:	**Урганч давлат университети**

Диссертация ҳимояси Самарқанд давлат университети ҳузуридаги PhD.27.06.2017.FM.02.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2019 йил «___»_________ соат____ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 140104, Самарқанд ш., Университет хиёбони, 15-уй. Тел.: (+99866) 231-06-32, факс: (+99866) 235-19-38, 239-12-47, e-mail: patent@samdu.uz).

Диссертация билан Самарқанд давлат университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (___ рақами билан рўйхатга олинган). Манзил: 140104, Самарқанд ш., Университет хиёбони, 15-уй. Тел.: (+99866) 231-06-32.

Диссертация автореферати 2019 йил «____» ______________ куни тарқатилди.
(2019 йил «____» ___________ даги _______ рақамли реестр баённомаси).

А.С. Солеев
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш раиси, ф.-м.ф.д., профессор

А.М. Халхўжаев
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.д.

А.Б. Хасанов
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш қошидаги илмий семинар раиси ф.-м.ф.д., профессор

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар шуни кўрсатадики, мураккаб системаларни бошқаришда Л.С. Понтрягин ва Н.Ю. Сатимов усулларини татбиқ этиш муҳим аҳамият касб этади. Кўплаб техник жараёнларни бошқариш давомида қарама-қарши мақсадли турли томонлар иштирок этиши мумкин. Натижада, математиканинг янги соҳаси, яъни динамик ўйинлар назарияси дунёга келган. Бугунги кундаги зиддиятли бозор иқтисодиёти шароитида бу назариялар кўплаб иқтисодий ва техник масалаларни ҳал қилишда ўзининг муҳим ўрнини эгалламоқда. Шунинг учун ҳам каср тартибли бошқарилувчи тизимларда дифференциал ўйинлар назариясига оид тадқиқотларни ривожлантириш муҳим вазифалардан бири бўлиб қолмоқда.

Ҳозирги кунда жахонда бошқарув жараёнларининг математик усуллар назариясининг бевосита ривожи бўлган дифференциал ўйинлар назариясини, динамиклик, бошқарувчанлик, қарши таъсир, ахборотнинг зарурийлиги, оптималлик каби бир қатор муҳим хусусиятларни ўзида мужассам қилган техник, иқтисодий, ҳарбий, сиёсий жараёнларининг мураккаб математик моделларини яратиш долзарб масалалардан бири ҳисобланади. Бу борада каср тарибли дифференциал тенгламалар билан ифодаланувчи бошқариладиган жараёнларда маълум шартларда қувишни тугатиш имконияти учун етарли шартларни топиш, каср тартибли дифференциал тенгламалар билан ифодаланувчи бошқариладиган ажралган ва ажралмаган динамикали жараёнларда маълум вақт оралиғида қувишни тугатишнинг такомиллашган усулларини топиш мақсадли илмий тадқиқотлардан ҳисобланади.

Мамлакатимизда фундаментал фанларнинг илмий ва амалий татбиқига эга бўлган дифференциал тенгламаларнинг долзарб йўналишларига эътибор кучайтирилди. Жумладан, каср тартибли бошқарилувчи тизимларда қувиш дифференциал ўйинларни ўрганишга алоҳида эътибор қаратила бошланди. Бошқарилувчи тизимларда қувиш дифференциал ўйинларга геометрик чегараланишлар қўйилганда қувишни тугатишга оид салмоқли натижаларга эришилган. «Математика, физика, амалий математика фанларининг устувор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш асосий вазифалар ва фаолият йўналишлари» этиб белгиланди[1]. Қарор ижросини таъминлашда каср тартибли дифференциал ўйинлар назариясини ривожлантириш муҳим аҳамиятга эга.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 17-февралдаги ПҚ-2789-сон «Фанлар академияси фаолияти, илмий-тадқиқот ишларини

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар маҳкамасининг 2017 йил 18-майдаги "Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида"ги 292-сонли қарори.

ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги ва 2017 йил 20-апрелдаги ПҚ-2909-сон «Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги Қарорлари ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишга ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига боғлиқлиги. Диссертация иши республика фан ва технологиялари ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилди.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Каср тартибли бошқарилувчи динамик тизимлар тадқиқоти сўнги йилларда жадал ривожланмоқда. Ушбу йўналишларга қизиқишнинг ортиб бориши иккита асосий омил билан боғлиқ. Биринчидан, ўтган асрнинг ярмига келиб каср тартибли интеграл-дифференциал ҳисоб ва каср тартибли дифференциал тенгламалар назариясининг математик асоси тўлиқ ишлаб чиқилди. Шу даврда амалий масалаларда касрли ҳисобни қўллаш методологиясига асос солинди, каср тартибли интеграллар ва ҳосилаларни ҳисоблашнинг сонли усуллари ривожлана бошлади. Иккинчидан, бу вақтга келиб фундаментал ва амалий физикада қатор реал тизимлар ва жараёнларни адекват ифодалаш учун касрли ҳисоб аппаратини қўллаш заруриятини туғдирувчи катта хажмдаги натижалар йиғилиб қолган эди. Бу йўналишда A.A.Kilbas, H.M.Srivastava, J.J. Trujillo, R.P. Agarawal, Д.К.Дурдиев, R.Caponetto, S. Manabe, М.Ш.Маматов, И.И.Матичин, F. Mainardi, V.Lakshmikantham, S.Leela, D.J. Vasundhara, Н.Н. Петров, А.А.Чикрий, С.Д.Эйдельманларнинг ишларида муҳим натижаларга эришилган.

Бу йўналишда амалга оширилган ишларга мисол қилиб А.А.Чикрий, И.И. Матичин ва С.Д.Эйдельманларнинг ҳал этувчи функциялар ёрдамида каср тартибли можароли бошқариладиган жараёнларни ўрганишга бағишланган ишларини келтириш мумкин. Бу ишларда таърифланган ўйин масаласини ечиш учун ҳал этувчи функциялар усули қўлланилади. Одатда бу усул квазистратегия синфида қувиш жараёнини амалга ошириш имконини беради. Лекин ушбу иш натижаларини қўллаш кўрсатилган усулда касрли бошқариш ёрдамида қувишни тугатишнинг етарли шартларига эга бўлиш имконини беради холос.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Жиззах давлат педагогика институтининг илмий-тадқиқот ишлари режалари доирасида бажарилди.

Тадқиқотнинг мақсади ажралган ва ажралмаган динамикали каср тартибли дифференциал тенгламалар билан ифодаланувчи можароли ҳолатларда қувишни тугатишни янги усулларини топишдан иборат .

Тадқиқотнинг вазифалари:

ихтиёрий тартибли каср ҳосилали чизиқли можароли бошқарилувчи жараёнларни ечиш учун янги усуллар ишлаб чиқиш;

ўйинчиларнинг фиксирланган бошқарувларида Миттаг-Лефлернинг умумлаштирилган матрицали функцияларидан фойдаланиб масала қўйиш, Коши формуласининг аналоги кўринишидаги ечимларни қўллаб ўйинни тугатиш мумкин эканлигини исботлаш;

ажралган ва ажралмаган динамикали каср тартибли тенгламалар билан ифодаланувчи дифференциал ўйинларда бошқарувларга геометрик чегараланишлар қўйилганда осон текшириладиган етарли шартлар олиш;

ажралган динамикали ихтиёрий каср тартибли тенгламалар билан ифодаланувчи дифференциал ўйинларда бошқарувларга геометрик чегаралашлар қўйилганда Л.С. Понтрягиннинг биринчи ва иккинчи усуллари, Н.Ю. Сатимовнинг учинчи усули кўринишидаги усулни ишлаб чиқиш ҳамда ушбу усуллар ёрдамида қаралаётган ўйинда маълум вақт оралиғида қувишни тугатиш мумкин эканлигини исботлаш;

ажралмаган динамикали каср тартибли тенгламалар билан ифодаланувчи дифференциал ўйинлар учун бошқарувларга геометрик чегаралашлар қўйилганда Л.С. Понтрягиннинг биринчи ва иккинчи усуллари, Н.Ю. Сатимовнинг учинчи усули кўринишидаги усулларни ишлаб чиқиш ҳамда ушбу усуллар ёрдамида қаралаётган ўйинда маълум вақт оралиғида қувишни тугатиш мумкин эканлигини исботлаш.

Тадқиқотнинг объекти каср тартибли ажралган ва ажралмаган дифференциал тенгламалар билан ифодаланадиган дифференциал ўйинлар.

Тадқиқотнинг предмети каср тартибли дифференциал тенгламалар системаси ёрдамида ифодаланувчи жараёнларда содир бўладиган можароли ҳолатларда қувиш масалаларига оид тадқиқотлардан иборат.

Тадқиқотнинг усуллари. Дифференциал ўйинларда Л.С.Понтрягиннинг қувиш усуллари ва Н.Ю.Сатимов усули, ҳал этувчи функциялар усули, оптимал башқарув назарияси, функционал анализ, дифференциал тенгламалар назарияси, кўп қийматли акслантиришлар назарияси усулларидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

ихтиёрий тартибли каср ҳосилали чизиқли можароли бошқарилувчи жараёнларни ечиш учун янги усуллар ишлаб чиқилган;

ўйинчиларнинг фиксирланган бошқарувида Миттаг-Лефлернинг умумлаштирилган матрицали функцияларидан фойдаланиб масала қўйилган, Коши формуласининг аналоги кўринишидаги ечимларни қўллаб ўйинни тугатиш мумкин эканлиги исботланган;

ажралган ва ажралмаган динамикали каср тартибли тенгламалар билан ифодаланувчи дифференциал ўйинларда бошқарувларга геометрик чегараланишлар қўйилганда осон текшириладиган етарли шартлар топилган;

ажралган динамикали ихтиёрий каср тартибли тенгламалр билан ифодаланувчи дифференциал ўйинларда бошқарувларга геометрик чегаралашлар қўйилганда Л.С. Понтрягиннинг биринчи ва иккинчи усуллари, Н.Ю. Сатимовнинг учинчи усули кўринишидаги усуллар ишлаб чиқилган ҳамда ушбу усуллар ёрдамида қаралаётган ўйинда маълум вақт оралиғида қувишни тугатиш мумкинлиги исботланган;

ажралмаган динамикали каср тартибли тенгламалар билан ифодаланувчи дифференциал ўйинлар учун бошқарувларга геометрик чегаралашлар қўйилганда Л.С. Понтрягиннинг биринчи ва иккинчи усуллари, Н.Ю. Сатимовнинг учинчи усули кўринишидаги усуллар ишлаб чиқилган ҳамда ушбу усуллар ёрдамида қаралаётган ўйинда маълум вақт оралиғида қувишни тугатиш мумкин эканлиги исботланган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари дифференциал ўйинлар назарияси асосларини реал жараёнларга мутаносиб равишда ривожлантирган ҳолда можароли бошқарувли техник ва иқтисодий жараёнлар масалаларининг математик моделлари таҳлил этилган ва такомиллаштирилган.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги ишда қўлланилган ёндашув ва усуллар дифференциал ўйинлар назариясининг қувиш масаласидаги қатъийлиги билан асосланган.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти бошқарувларга геометрик чегараланишлар қўйилганда каср тартибли дифференциал ўйинларда қувишни тугатишнинг такомиллашган ечиш усулларини топиш билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти ҳолатларда содир бўладиган бошқариладиган жараёнларнинг математик назариясининг амалий масалаларини ечишда, физикада ва каср тартибли дифференциал тенгламалар билан ифодаланувчи тизимлар учун автоматик бошқарув технологиясига тадқиқ қилиш учун хизмат қилади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Каср тартибли бошқарилувчи тизимларда қувиш дифференциал ўйинларга оид олинган илмий натижалар асосида:

каср тартибли дифференциал тенгламалар учун қўйилган масалаларни ечиш усулларига оид натижалар АААА-А19-119032590069-3 рақамли «Математическое моделирование и численное решение задач механики сплошной среды и тепломассообмена в геофизических и инженерных задачах» лойиҳасида кучсиз сингуляр ядроли интеграл оператор қатнашган ёпишқоқ-эластиклик тенгламалар учун бошланғич, бошланғич чегаравий масалаларни ечишда фойдаланилган (Россия Фанлар академияси Владикавказ илмий маркази Жанубий математика институтининг 2019 йил 16 июлдаги 49-сон маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши қаралаётган масалаларнинг ечимлари мавжудлиги ва ягоналигини исботлаш имконини берган;

ажралмаган ва ажралган динамикали каср тартибли тенгламалар билан ифодаланувчи дифференциал ўйинларда Л.С. Понтрягиннинг биринчи ва иккинчи усуллари, Н.Ю. Сатимовнинг учинчи усули аналоглари учун қувиш масаласини берилган бошланғич нуқтадан маълум вақт оралиғида тугатишга оид натижалар Ф-4-02 рақамли «Разработка новых методов решения задача математической физики и оптимального управления на основе спектральной теории дифференциальных операторов» лойиҳасида ночизиқли бошқарилувчи қувиш дифференциал ўйинлар назариясига қўлланилган (Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2019 йил 5 октябрдаги 89-03-3746-сон маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши ночизиқли бошқарилувчи қувиш дифференциал ўйинларни ечишнинг янги усулларини яратиш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур тадқиқот натижалари 7 та халқаро ва 13 та республика илмий-амалий анжуманларида муҳокамадан ўтган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Диссертация мавзуси бўйича жами 36 та илмий иш чоп этилган. Шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий Аттестация комиссияси томонидан фалсафа доктори диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 14 та мақола, жумладан, 5 таси хорижий ва 8 таси республика миқёсидаги журналларида ҳамда 1 та монография нашр этилган.

Диссертациянинг ҳажми ва тузилиши. Диссертация кириш қисми, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан иборат. Диссертациянинг ҳажми 96 бетни ташкил этади.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг **«Касрли интегралли-дифференциал ҳисоб ва унинг бошқарилувчи тизимлар назариясига татбиқи»** деб номланувчи биринчи бобида касрли интегралли-дифференциал ҳисоб ва унинг бошқарилувчи тизимлар назариясига татбиқлари қаралади. Каср тартибли дифференциал тенгламалар, динамик тизимлар, бошқариладиган тизимлар назарияси, каср тартибли дифференциал тенгламалар орқали ифодаланадиган оптимал бошқарув ва дифференциал ўйинлар назариясининг ҳолати ва ривожланишининг тенденциялари таҳлил қилинган. Каср тартибли дифференциал тенгламалар билан ифодаланувчи динамик тизимлар ва бошқариладиган жараёнлар ҳақидаги маълумотлар тизимлаштирилган. Каср тартибли дифференциал ўйинлар ва бошқариладиган жараёнлар назариясининг асосий натижалари келтирилган. Ушбу боб тадқиқотнинг асосий концепциясини шакллантиришга йўналтирилган.

Диссертациянинг **«Ажралмаган динамикали каср тартибли тенгламалар билан ифодаланувчи дифференциал ўйинлар»** деб номланувчи иккинчи бобида ажралмаган динамикали каср тартибли тенгламалар билан ифодаланувчи дифференциал ўйинларда қувиш масаласи ўрганилади.

Каср тартибли дифференциал ўйинларда Л.С.Понтрягиннинг биринчи усули.

R^m чекли ўлчовли Евклид фазосида объектларнинг харакати қуйидаги каср тартибли дифференциал тенглама орқали ифодалансин

$$D^{\alpha} z = Az + u - \upsilon + f(t), \tag{1}$$

бунда $z \in R^m$, $m \geq 1$; D^{α} – каср дифференциаллаш оператори, $\alpha \in (0,1]$, $t \in [0,T]$, $A - m \times m$, тартибли ўзгармас матрица, $u, \upsilon -$ бошқарилувчи параметрлар, $u -$ қувувчи ўйинчининг бошқарув параметри, $u \in P \subset R^m$, $\upsilon -$ қочаётган ўйинчининг бошқарув параметри, $\upsilon \in Q \subset R^m$, P ва $Q -$ компакт тўпламлар, $f(t) -$ маълум, ўлчовли вектор функция. Каср ҳосилани Капутонинг чап томонли касрли ҳосиласи деб тушунамиз.

$z(t) \in AC^{[\alpha]+1}(a,b)$, $a,b \in R^1$ функциядан Капутонинг ихтиёрий бутун бўлмаган $\alpha > 0$ тартибли ҳосиласи

$$D^{\alpha} z(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\{\alpha\})} \int_0^t \frac{d^{[\alpha]+1} z(\xi)}{d\xi^{[\alpha]+1}} \frac{d\xi}{(t-\xi)^{\{\alpha\}}}$$

тенглик орқали ифодаланади.

Бундан ташқари $M - R^m$ фазодаги бўш бўлмаган терминал тўплам берилган бўлсин. Қувувчи ўйинчининг мақсади z ни M тўпламга туширишдан иборат, қочувчи ўйинчи унга халақит беришга интилади.

Шундай қилиб можароли бошқарилувчи (1) тизим троекториясини берилган z_0 дастлабки ҳолатдан чекли вақт ичида M терминал тўпламга тушириш ҳақидаги қувиш масаласи қаралмоқда.

1-таъриф. Агар (1) дифференциал ўйинда ихтиёрий $\upsilon(t)$, $\upsilon(t) \in Q$, $0 \leq t \leq T$ ўлчовли функцияларда шундай $u(t) = u(z_0, \upsilon(t)) \in P$, $t \in [0,T]$ ўлчовли функция қуриш мумкин бўлсаки, улар учун

$$D^{\alpha} z = Az + u(t) - \upsilon(t) + f(t), \qquad z(0) = z_0,$$

тенгламанинг $z = z(t)$ ечими $t = T$ моментда M тўпламга тегишли бўлса, z_0 дастлабки ҳолатдан $T = T(z_0)$ вақт ичида қувишни тугатиш мумкин дейилади.

$X+Y$ ва $X \overset{*}{-} Y$ орқали X,Y тўпламларнинг мос равишда алгебраик йиғиндиси ва геометрик айирмасини белгилаймиз.

$e_\alpha^{At} = t^{\alpha-1}\sum_{k=0}^{\infty} A^k \dfrac{t^{\alpha k}}{\Gamma((k+1)\alpha)}$ – матрицали α – экспонента бўлсин ва $r \geq 0$ лар учун

$$\hat{u}(r) = e_\alpha^{Ar}P, \qquad \hat{\upsilon}(r) = e_\alpha^{Ar}Q, \qquad \hat{w}(r) = \hat{u}(r) \overset{*}{-} \hat{\upsilon}(r),$$

$$W(\tau) = \int_0^\tau \hat{w}(r)dr, \quad \tau > 0, \quad W_1(\tau) = -M + W(\tau)$$

бўлсин.

1-теорема. Агар (1) ўйинда бирор $\tau = \tau_1$ да

$$-z_0 - \int_0^\tau e_\alpha^{A(\tau-r)}[Az_0 + f(r)]dr \in W_1(\tau),$$

тегишлилик бажарилса, z_0 дастлабки ҳолатдан $T_1(z_0) = \tau_1$ вақт оралиғида қувишни тугатиш мумкин.

Каср тартибли дифференциал ўйинларда Л.С.Понтрягиннинг иккинчи усули.

Энди $\omega - [0,\tau]$ кесманинг ихтиёрий ажратилиши $\omega = \{0 = t_0 < t_1 < ... < t_k = \tau\}$, $i = 1,2,..,k$ учун $A_0 = -M$, ва

$$A_i(M,t_i) = \left(A_{i-1}(M,t_{i-1}) + \int_{t_{i-1}}^{t_i} e_\alpha^{A(\tau_2-r)}Pdr \right) \overset{*}{-} \int_{t_{i-1}}^{t_i} e_\alpha^{A(\tau_2-r)}Qdr, \quad i = 1,2,...,k.$$

$$W_2(\tau) = \bigcap_\omega A_k(M,\tau),$$

бўлсин.

2-теорема. Агар (1) ўйинда бирор $\tau = \tau_2$ да

$$-z_0 - \int_0^\tau e_\alpha^{A(\tau-r)}[Az_0 + f(r)]dr \in W_2(\tau)$$

тегишлилик бажарилса, z_0 дастлабки ҳолатдан $T_2(z_0) = \tau_2$ вақт оралиғида қувишни тугатиш мумкин.

Каср тартибли дифференциал ўйинларда Н.Ю.Сатимов усули.

$\hat{w}(r,\tau)$ орқали барча $r \geq 0$, $\tau > 0$ ларда аниқланган $\left[-\frac{1}{\tau}M + \hat{u}(r)\right] \overset{*}{-} \hat{\upsilon}(r)$ тўпламни белгилаймиз. Қуйидаги

$$W_3(\tau) = \int_0^\tau \hat{w}(r,\tau)dr.$$

интегрални қарайлик.

3-теорема. Агар (1) ўйинда бирор $\tau = \tau_3$ да

$$-z_0-\int_0^{\tau} e_\alpha^{A(\tau-r)}\left[Az_0+f(r)\right]dr \in W_3(\tau),$$

тегишлилик бажарилса, z_0 дастлабки ҳолатдан $T_3(z_0)=\tau_3$ вақт ичида қувишни тугатиш мумкин.

Каср тартибли чизиқли тизимларда дифференциал ўйиннинг умумлаштириб қаралиши.

Дифференциал ўйин

$$D^\alpha z = Az + u - \upsilon, \quad z \in R^m, \tag{2}$$

тенглама билан ифодаланган бўлсин, бунда $D^\alpha - \alpha,\ n-1<\alpha\le n,\ n\in N$ тартибли каср дифференциаллаш оператори $t\in[0,T]$, $A-m\times m$ тартибли ўзгармас матрица, $u,\upsilon-$бошқарилувчи параметрлар, $u-$қувувчи ўйинчининг бошқарув параметри, $u\in P\subset R^m$, $\upsilon-$қочувчи ўйинчининг бошқарув параметри, $\upsilon\in Q\subset R^m$, P ва Q компактлар. Каср ҳосилани Капуто маъносида тушунамиз.

Агар $z\in M$ шарт бажарилса, ўйин тугатилган ҳисобланади. Қуваётган ўйинчининг мақсади z ни M тўпламга туширишдан иборат, қочаётган ўйинчи унга халақит беришга интилади.

2-таъриф. Агар (2) дифференциал ўйин ихтиёрий $\upsilon=\upsilon(t)$, $0\le t\le T$, $\upsilon\in Q$, ўлчовли функцияларда шундай $u(t)=u(z^0,t,\upsilon(t))\in P$, $t\in[0,T]$, ўлчовли функция қуриш мумкин бўлсаки, улар учун

$$D^\alpha z = Az + u(t)-\upsilon(t), \quad z\in R^m,\ n-1<\alpha\le n, \quad z(0)=z^0, \tag{3}$$

тенгламанинг ечими $t=T$ моментда M тўпламга тегишли бўлса, $z^0=\left(z_0^0,z_1^0,z_2^0,z_3^0,...,z_{n-1}^0\right)$ дастлабки ҳолатдан $T=T(z^0)$ вақт ичида қувишни тугатиш мумкин дейилади.

$E_\eta(G;\mu)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{G^k}{\Gamma\left(k\eta^{-1}+\mu\right)}$ $-$Миттаг-Лефлернинг умумлаштирилган матрицали функцияси бўлсин, бунда $\eta>0,\ \mu\in C$ ($C-$комплекс сонлар тўплами), $G-$ихтиёрий m тартибли квадрат матрица.

(2) динамик тизимни

$$z^{(k)}(0)=z_k^0, \quad k=0,1,...,n-1. \tag{4}$$

бошланғич шарт остида қараймиз.

(3) тенгламанинг (4) бошланғич шарт остидаги ечими қуйидаги кўринишга эга:

$$z(t)=\sum_{k=0}^{n-1}t^k E_{\frac{1}{\alpha}}\left(At^\alpha;k+1\right)z_k^0+\int_0^t (t-r)^{\alpha-1}E_{\frac{1}{\alpha}}\left(A(t-r)^\alpha;\alpha\right)\left[u(r)-\upsilon(r)\right]dr.$$

Энди $r\ge 0$ учун қуйидагиларни аниқлаймиз:

$$\hat{u}(r)=r^{\alpha-1}E_{\frac{1}{\alpha}}\left(Ar^\alpha;\alpha\right)P,\ \ \hat{\upsilon}(r)=r^{\alpha-1}E_{\frac{1}{\alpha}}\left(Ar^\alpha;\alpha\right)Q,\ \ \hat{w}(r)=\hat{u}(r)\overset{*}{-}\hat{\upsilon}(r);$$

$$W(\tau)=\int_0^\tau \hat{w}(r)dr, \quad \tau>0, \quad W_1(\tau)=-M+W(\tau).$$

Қулайлик учун $h_z\left(z^0,\tau\right)=\sum_{k=0}^{n-1}\tau^k E_{\frac{1}{\alpha}}\left(A\tau^\alpha;k+1\right)z_k^0$ белгилашни киритамиз.

4-теорема. Агар (2) ўйинда бирор $\tau=\tau_1$ да

$$-h_z\left(z^0,\tau\right)\in W_1(\tau),$$

тегишлилик бажарилса, z^0 дастлабки ҳолатдан $T_1\left(z^0\right)=\tau_1$ вақт оралиғида қувишни тугатиш мумкин.

Энди $\omega-[0,\tau]$ кесманинг ихтиёрий ажратилиши $\omega=\{0=t_0<t_1<...<t_p=\tau\}$, $i=1,2,..,p$ учун $A_0=-M$, ва

$$A_i(M,t_i)=\left(A_{i-1}(M,t_{i-1})+\int_{t_{i-1}}^{t_i}(\tau-r)^{\alpha-1}E_{\frac{1}{\alpha}}\left(A(\tau-r)^\alpha;\alpha\right)Pdr\right)\overset{*}{-}\int_{t_{i-1}}^{t_i}(\tau-r)^{\alpha-1}E_{\frac{1}{\alpha}}\left(A(\tau-r)^\alpha;\alpha\right)Qdr,\ \ i=1,2,...,p,$$

$$W_2(\tau)=\bigcap_{\omega}A_k(M,\tau),$$

бўлсин.

5-теорема. Агар (2) ўйинда бирор $\tau=\tau_2$ да

$$-h_z\left(z^0,\tau\right)\in W_2(\tau),$$

тегишлилик бажарилса, z^0 дастлабки ҳолатдан $T_2\left(z_0\right)=\tau_2$ вақт орлиғида қувишни тугатиш мумкин.

Барча $r\geq 0,\ \tau>0$ ларда аниқланган $\left[-\frac{1}{\tau}M+\hat{u}(r)\right]\overset{*}{-}\hat{\upsilon}(r)$ тўпламни $\hat{w}(r,\tau)$ орқали белгилаймиз ва

$$W_3(\tau)=\int_0^\tau \hat{w}(r,\tau)dr$$

интегрални қараймиз.

6-теорема. Агар (2) ўйинда бирор $\tau=\tau_3$ да

$$-h_z\left(z^0,\tau\right)\in W_3(\tau)$$

тегишлилик бажарилса, z^0 дастлабки ҳолатдан $T_3\left(z_0\right)=\tau_3$ вақт ичида қувишни тугатиш мумкин.

Диссертациянинг **«Ажралган динамикали каср тартибли тенгламалар билан ифодаланувчи дифференциал ўйинлар»** деб номланувчи учинчи бобида ажралган динамикали каср тартибли тенгламалар билан ифодаланувчи дифференциал ўйинларда қувиш масаласи ўрганилган.

Қувувчи деб номланадиган биринчи ўйинчининг ҳаракати

$$D^\alpha x=Ax+u,\ \ x\in R^m, \tag{5}$$

тенлама билан ифодалансин, бунда $D^\alpha-\alpha$ тартибли дифференциаллаш оператори, $n_1-1<\alpha\leq n_1,\ n_1\in N,\ t\in[0,T]$, $A-m\times m$ тартибли ўзгармас матрица.

Қочувчи деб номланувчи иккинчи ўйинчининг ҳаракати

$$D^\beta y=By+\upsilon,\ \ y\in R^m, \tag{6}$$

тенглама билан берилган, бунда $D^\beta-\beta$ тартибли дифференциаллаш оператори, $n_2-1<\beta\leq n_2,\ n_2\in N,\ t\in[0,T]$, $B-m\times m$ тартибли ўзгармас матрица,

$u, \upsilon -$бошқарув параметрлари, $u -$қувувчи ўйинчининг бошқарув параметри $u \in P \subset R^m$, $\upsilon -$қочувчи ўйинчининг бошқарув параметри $\upsilon \in Q \subset R^m$, P ва $Q -$компактлар. Касрли ҳосилани Капуто маъносида тушунамиз.

Агар (5),(6) дифференциал ўйинларда $x - y \in M$ шарт бажарилса, ўйин тугалланган ҳисобланади. Қувувчи ўйинчининг мақсади $x - y$ ни M тўпламга туширишдан иборат, қочувчи ўйинчи унга халақит беришга интилади.

3-таъриф. Агар (5),(6) дифференциал ўйинда ихтиёрий $\upsilon(t),\ \upsilon(t) \in Q,\ 0 \le t \le T,$ ўлчовли функция учун шундай $u(t) = u(x_0, y_0, t, \upsilon(t)) \in P,\ t \in [0, T]$ ўлчовли функция қуриш мумкин бўлсаки, уларга мос

$$D^\alpha x = Ax + u(t),\ x \in R^m,\ n_1 - 1 < \alpha \le n_1,\ \ x(0) = x^0, \tag{7}$$

$$D^\beta y = By + \upsilon(t),\ y \in R^m,\ n_2 - 1 < \beta \le n_2,\ \ y(0) = y^0, \tag{8}$$

тенгламаларнинг ечимлари учун $x(t_1) - y(t_1) \in M$ шарт бажарилса, $x^0 = \left(x_0^0, x_1^0, x_2^0, x_3^0, ..., x_{n_1-1}^0\right)$, $y^0 = \left(y_0^0, y_1^0, y_2^0, y_3^0, ..., y_{n_2-1}^0\right)$, бошланғич ҳолатдан $T = T\left(x^0, y^0\right)$ вақт ичида ўйинни тугатиш мумкин дейилади.

Қуйидаги

$$x^{(k)}(0) = x_k^0,\ \ k = 0,1,..., n_1 - 1,\ \ y^{(l)}(0) = y_l^0,\ \ l = 0,1,..., n_2 - 1, \tag{9}$$

бошланғич шартли, (5),(6) динамикали тизимни қараймиз, у ҳолда (7),(8) тенгламалар ечимлари (9) бошланғич шарт билан

$$x(t) = \sum_{k=0}^{n_1-1} t^k E_{\frac{1}{\alpha}}\left(At^\alpha; k+1\right)x_k^0 + \int_0^t (t-r)^{\alpha-1} E_{\frac{1}{\alpha}}\left(A(t-r)^\alpha; \alpha\right) u(r)dr,$$

$$y(t) = \sum_{l=0}^{n_2-1} t^l E_{\frac{1}{\beta}}\left(Bt^\beta; l+1\right)y_l^0 + \int_0^t (t-r)^{\beta-1} E_{\frac{1}{\beta}}\left(B(t-r)^\beta; \beta\right) \upsilon(r)dr.$$

кўринишга эга бўлади.

Энди $r \ge 0,$ учун $\hat{u}(r) = r^{\alpha-1}E_{\frac{1}{\alpha}}\left(Ar^\alpha; \alpha\right)P,$ $\hat{\upsilon}(r) = r^{\beta-1}E_{\frac{1}{\beta}}\left(Br^\beta; \beta\right)Q,$ $\hat{w}(r) = \hat{u}(r) \overset{*}{-} \hat{\upsilon}(r)$ ларни ва уларга кўра

$$W(\tau) = \int_0^\tau \hat{w}(r)dr,\ \tau > 0,\ \ W_1(\tau) = -M + W(\tau),$$

интегрални аниқлаймиз.

Қулайлик учун қуйидаги белгилашларни киритамиз $h_x\left(x^0, \tau\right) = \sum_{k=0}^{n_1-1} \tau^k E_{\frac{1}{\alpha}}\left(A\tau^\alpha; k+1\right)x_k^0,\ \ h_y\left(y^0, \tau\right) = \sum_{l=0}^{n_2-1} \tau^l E_{\frac{1}{\beta}}\left(B\tau^\beta; l+1\right)y_l^0.$

7-теорема. Агар (5),(6) ўйинда бирор $\tau = \tau_1$ вақтда

$$-h_x\left(x^0, \tau\right) + h_y\left(y^0, \tau\right) \in W_1(\tau)$$

тегишлилик бажарилса, x^0, y^0 бошланғич ҳолатдан $T_1\left(x^0, y^0\right) = \tau_1$ вақт оралиғида қувишни тугатиш мумкин.

Энди $\omega-[0,\tau]$ кесманинг ихтиёрий ажратилиши $\omega=\{0=t_0<t_1<...<t_p=\tau\}$, $i=1,2,...,p,$ бўлсин ва $A_0=-M$

$$A_i(M,t_i)=(A_{i-1}(M,t_{i-1})+\int_{t_{i-1}}^{t_i}(\tau-r)^{\alpha-1}E_{\frac{1}{\alpha}}(A(\tau-r)^{\alpha};\alpha)Pdr)\overset{*}{-}$$

$$\int_{t_{i-1}}^{t_i}(\tau-r)^{\beta-1}E_{\frac{1}{\beta}}(B(\tau-r)^{\beta};\beta)Qdr,\ i=1,2,...,p,$$

$$W_2(\tau)=\bigcap_{\omega}A_k(M,\tau),$$

бўлсин.

8-теорема. Агар (5), (6) ўйинда бирор $\tau=\tau_2$ вақтда

$$-h_x(x^0,\tau)+h_y(y^0,\tau)\in W_2(\tau)$$

тегишлилик бажарилса, x^0,y^0 дастлабки ҳолатдан $T_2(x^0,y^0)=\tau_2$ вақт ичида қувишни тугатиш мумкин.

Энди $\hat{w}(r,\tau)$ орқали барча $r\geq 0,\ \tau>0$ ларда аниқланган $\left[-\frac{1}{\tau}M+\hat{u}(r)\right]\overset{*}{-}\hat{\upsilon}(r)$ тўпламни белгилаймиз ва

$$W_3(\tau)=\int_0^{\tau}\hat{w}(r,\tau)dr.$$

интегрални қараймиз.

9-теорема. Агар (5),(6) ўйинда бирор $\tau=\tau_3$ да

$$-h_x(x^0,\tau)+h_y(y^0,\tau)\in W_3(\tau)$$

тегишлилик бажарилса, x^0,y^0 дастлабки ҳолатдан $T_3(x^0,y^0)=\tau_3$ вақт ичида қувишни тугатиш мумкин.

ХУЛОСА

Ушбу диссертация иши каср тартибли бошкарилувчи тизимларда қувиш дифференциал ўйинларни тадқиқ қилишга бағишланган.

Тадқиқотнинг олинган асосий натижалари қуйидагилардан иборат:

1. Ихтиёрий тартибли каср ҳосилали чизиқли можароли бошқарилувчи жараёнларни ечиш учун янги усуллар ишлаб чиқилган.

2. Ўйинчиларнинг фиксирланган бошқарувида Миттаг-Лефлернинг умумлаштирилган матрицали функцияларидан фойдаланиб масала қўйилган, Коши формуласининг аналоги кўринишидаги ечимларни қўллаб ўйинни тугатиш мумкин эканлиги исботланган.

3. Ажралган ва ажралмаган динамикали каср тартибли тенгламалар билан ифодаланувчи дифференциал ўйинларда бошқарувларга геометрик чегараланишлар қўйилганда осон текшириладиган етарли шартлар олинган.

4. Ажралган динамикали ихтиёрий каср тартибли тенгламалр билан ифодаланувчи дифференциал ўйинларда бошқарувларга геометрик чегаралашлар қўйилганда Л.С. Понтрягиннинг биринчи ва иккинчи усуллари,

Н.Ю. Сатимовнинг учинчи усули кўринишидаги усуллар ишлаб чиқилган ҳамда ушбу усуллар ёрдамида қаралаётган ўйинда маълум вақт оралиғида қувишни тугатиш мумкин эканлиги исботланган.

5. Ажралмаган динамикали каср тартибли тенгламалар билан ифодаланувчи дифференциал ўйинлар учун бошқарувларга геометрик чегаралашлар қўйилганда Л.С. Понтрягиннинг биринчи ва иккинчи усуллари, Н.Ю. Сатимовнинг учинчи усули кўринишидаги усуллар ишлаб чиқилган ҳамда ушбу усуллар ёрдамида қаралаётган ўйинда маълум вақт оралиғида қувишни тугатиш мумкин эканлиги исботланган.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ PhD.27.06.2017.FM.02.01
ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ
ПРИ САМАРКАНДСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ**

САМАРКАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

АЛИМОВ ХАКИМ НЕМАТОВИЧ

К ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГР ПРЕСЛЕДОВАНИЯ В УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМАХ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

01.01.02 – Дифференциальные уравнения и математическая физика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Самарканд – 2019

Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № В2019.2.PhD/FM334.

Диссертация выполнена в Джиззакском госедарственном педагогическом институте.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (www.samdu.uz) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz).

Научный руководитель:	**Дурдиев Дурдимурод Каландарович** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Бегматов Акрам Хасанович** доктор физико-математических наук, профессор
	Тухтасинов Муминжон доктор физико-математических наук, профессор
Ведущая организация:	**Ургенчский государственный университет**

Защита диссертации состоится «____» _____________2019 года в ____ часов на заседании Научного совета PhD.27.06.2017.FM.02.01 при Самаркандском государственном университете. (Адрес: 140104, г. Самарканд, Университетский бульвар, 15. Тел.: (99866)231-06-32, факс: (99866) 235-19-38, e-mail: patent@samdu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Самаркандского государственного университета (зарегистрирована за №_____). (Адрес: 140104, г. Самарканд, Университетский бульвар, 15. Тел.: (99866)231-06-32, факс: (99866) 235-19-38).

Автореферат диссертации разослан «____» _______________2019 года.
(протокол рассылки №_______ от «____» _______________2019 года).

А.С. Солеев
Председатель Научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., профессор

А.М. Халхужаев
Ученый секретарь Научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н.

А.Б. Хасанов
Председателя научного семинара при Научном совете по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., профессор

ВВЕДЕНИЕ (Аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. Многие научно – прикладные исследования, проводимые на мировом уровне, показывают, что в управлении сложных систем применение методов Л.С. Понтрягина и Н.Ю. Сатимова имеет важное значение. В ходе управления многими техническими процессами могут участвовать разные стороны с противоположными целями. В результате, появилась новая область математики, т.е. теория динамических игр. В сегодняшней противоречивой рыночной экономике эти теории имеют важное значение в решении многих экономических и технических проблем. Поэтому развитие исследований по теории дифференциальных игр в управляемых системах дробного порядка остается важной задачей.

В настоящее время создание сложных математических моделей технологических, экономических, военных, политических процессов, которые содержат в себе такие свойства, как динамичность, управляемость, противодействие, необходимость информации, оптимальность в теории дифференциальных игр, которая является непосредственным развитием теории математических методов процессов управления, считается важной задачей. В связи с этим данная работа считается научным исследованием с целью нахождение достаточных условий для возможности завершения преследования в управляемых процессах, представленных дифференциальными уравнениями дробного порядка, а также найти усовершенствованные методы завершения преследования в определенный момент времени в управляемых разделённых и неразделённых динамических процессах, выраженных дифференциальными уравнениями дробного порядка.

В нашей стране особое внимание уделяется фундаментальным наукам, имеющим научное и практическое применение. В частности, большое внимание уделяется изучению дифференциальных игр с преследованиями в управляемых системах дробного порядка. При введении геометрических ограничений в управляемые системы на дифференциальных играх преследования были достигнуты значительные результаты. Научные исследования на уровне международных стандартов по приоритетным направлениям математических наук были отмечены как важные задачи[1]. При реализации решения, важное значение имеет развитие теории дифференциальных игр дробного порядка.

Эта диссертация, в определённой степени служит осуществлению задач, обозначенных в Постановлениях Президента Республики Узбекистан № ПП-2789 «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно - исследовательской деятельности» от 17 февраля 2017 года, № ПП-2909 «О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования» от 20 апреля 2017 года и так же в других нормативно – правовых актах, по данной деятельности.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологии республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. В последние годы стремительно развиваются исследования динамических управляемых систем дробного порядка. Растущий интерес к этим областям обусловлен двумя основными факторами. Во-первых, к середине прошлого века была полностью разработана математическая основа интегрального и дифференциального исчисления дробного порядка и теория дифференциальных уравнений дробного порядка. В этот период была заложена методология использования дробных вычислений в прикладных задачах, и начали развиваться численные методы вычисления интегралов и производных дробного порядка. Во-вторых, к этому времени в фундаментальной и прикладной физике для адекватного представления ряда реальных систем и процессов появилось большое количество результатов, которые требуют необходимость использования аппарата дробного исчисления. В этом направлении значительные результаты были достигнуты в работах A.A.Kilbas, H.M.Srivastava, J.J. Trujillo, R.P. Agarawal, Д.К.Дурдиева, R.Caponetto, S. Manabe, М.Ш.Маматова, И.И.Матичин, F. Mainardi, V.Lakshmikantham, S.Leela, D.J. Vasundhara, Н.Н. Петрова, А.А.Чикрий, С.Д.Эдельмана.

В качестве примера работы, проделанной в этой области, можно привести работу А.А. Чикрий, И.И. Матичина и С.Д. Эдельмана по изучению дробных конфликтных процессов с использованием решающих функций. Для решения игровой задачи, описанной в этих работах, используется метод решающих функций. Обычно этот метод позволяет выполнить процесс преследования в классе квазистратегий. Однако применение результатов этой работы позволяет лишь в указанном методе с помощью дробного управления получить достаточные условия для прекращения преследования.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами высшего образовательного учреждения, где выполнена диссертация. Диссертационная работа выполнена в рамках плана научно – исследовательских работ Джизакского государственного педагогического института.

Целью исследования является поиск новых путей прекращения преследования в конфликтных ситуациях, выраженных дифференциальными уравнениями дробного порядка с разделенной и неразделенной динамикой.

Задачи исследования:

разработка новых методов разрешения управляемых линейных конфликтных ситуаций с производной произвольного дробного порядка;

постановка задачи, используя обобщенные матричные функции Миттаг-Лефлера в фиксированном управлении игроками, доказать, что можно завершить игру, используя решения в виде аналогии формулы Коши;

получение достаточных условий, которые легко проверятся при наложении геометрических ограничений на управления в дифференциальных играх, представленных уравнениями дробного порядка с разделенной и неразделенной динамикой;

разработка метода аналогичного первому и второму методу Л.С. Понтрягина, третьему методу Н.Ю. Сатимова при наложении геометрических ограничений на управление в дифференциальных играх, представленных уравнениями произвольного дробного порядка с разделённой динамикой, а также с помощью этого метода доказать, что в рассматриваемой игре в определенный промежуток времени можно прекратить преследование;

разработка метода аналогичного первому и второму методу Л.С. Понтрягина, третьему методу Н.Ю. Сатимова при наложении геометрических ограничений на управление в дифференциальных играх, представленных уравнениями дробного порядка с неразделённой динамикой, а также с помощью этого метода доказать, что в рассматриваемой игре в определенный промежуток времени можно прекратить преследование.

Объект исследования. Дифференциальные игры, представленные разделёнными и неразделенными дифференциальными уравнениями.

Предмет исследования. Исследования по выявлению конфликтных ситуаций, происходящих в процессах, описываемых системой дифференциальных уравнений дробного порядка.

Методы исследования. Были использованы методы преследования Л.С. Понтрягина и метод Н.Ю. Сатимова, использованные в дифференциальных играх, метод решающих функций, методы теории оптимального управления, функционального анализа, теории дифференциальных уравнений, теории многозначного отображения.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

были разработаны новые методы для решения линейных конфликтных управляемых процессов с производной произвольного дробного порядка;

поставлена задача, используя обобщенные матричные функции Миттаг-Лефлера в фиксированном управлении игроками, доказано, что можно завершить игру, используя решения в виде аналогии формулы Коши;

получены достаточные условия, которые легко проверяются при наложении геометрических ограничений на управления в дифференциальных играх, представленных уравнениями дробного порядка с разделенной и неразделенной динамикой;

разработан метод аналогичный первому и второму методу Л.С. Понтрягина, третьему методу Н.Ю. Сатимова при наложении геометрических ограничений на управление в дифференциальных играх, представленных уравнениями произвольного дробного порядка с разделённой динамикой, а также с помощью этого метода доказано, что в рассматриваемой игре в определенный промежуток времени можно прекратить преследование;

разработан метод аналогичный первому и второму методу Л.С. Понтрягина, третьему методу Н.Ю. Сатимова при наложении геометрических ограничений на управление в дифференциальных играх, представленных уравнениями дробного порядка с неразделённой динамикой, а также с помощью этого метода доказано, что в рассматриваемой игре в определенный промежуток времени можно прекратить преследование;

Практические результаты исследования. На основе развития основ теории дифференциальных игр соответственно реальным процессам были проанализированы и усовершенствованы математические модели задач конфликтных управляемых технических и экономических процессов.

Достоверность результатов исследования. Использованные в работе подходы и методы основаны на постоянстве задачи преследовании теории дифференциальных игр.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научное значение результатов исследования обусловлена поиском улучшенных методов прекращения преследования в дифференциальных играх дробного порядка, при налаживании геометрических ограничений на управления.

Практическая значимость результатов исследования служит решению практических задач возможных случаев математической теории процессов управления, применению в технологию автоматического управления для систем, которые выражают дифференциальные уравнения дробного порядка в физике.

Внедрение результатов исследований. На основании научных результатов по дифференциальным играм преследования в управляемых системах дробного порядка:

результаты методов решения задачи для дифференциальных уравнений дробного порядка были пременены в решении начальных граничных задач для уравнений вязко–упругости с интегральным оператором со слабо сингулярным ядром в проекте АААА-А19-119032590069-3 «Математическое моделирование и численное решение задач механики сплошной среды и тепломассообмена в геофизических и инженерных задачах» (справка № 49 от 16 июля 2019 года Южный математический институт Владикавказского научного центра Российской Академии наук). Применение научных результатов дало возможность доказать существования и единственности решения рассматриваемых задач;

результаты по прекращению преследования с данной начальной точки в определенный промежуток времени для аналогов первого и второго методов Л.С. Понтрягина и третьего метода Н.Ю. Сатимова в дифференциальных играх, выражающихся дифференциальными уравнениями дробного порядка с разделённой и неразделённой динамикой были использованы в проекте Ф-4-02 «Разработка новых методов решения задача математической физики и оптимального управления на основе спектральной теории дифференциальных операторов» и были пременены к теории нелинейно управляемых дифференциальных игр преследования. (справка № 89-03-3746 от 5 октября 2019 года, Министерство высшего и среднего специального образования Республики Узбекистан). Применение научных результатов позволило создать новые способы решения нелинейных управляемых дифференциальных игр с преследованиями.

Апробация результатов исследования. Результаты данного исследования были обсуждены на 7 международных и 13 республиканских научно – практических конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано всего 36 научных работ, из них 14 научных статей, в том числе опубликованы 5 в зарубежных журналах, 8 в республиканских журналах рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов докторских диссертаций. Кроме того, опубликована 1 монография.

Объём и стуктура диссертации. Структура диссертации состоит из введения, трёх глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 96 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведены обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объекты и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

В первой главе диссертации, названной **“Дробно интегро – дифференциальное исчисление и его приложение в теории управляемых системах”** рассмотрено дробно интегро – дифференциальное исчисление и его приложение в теории управляемых систем. Проанализирована тенденция состояния и развития дифференциальных уравнений дробного порядка, динамических систем, теории управляемых систем. Оптимального управления, выраженного через дифференциальные уравнения дробного порядка и теории дифференциальных игр. Систематизированы понятия о динамических системах, выраженных через дифференциальные уравнения дробного порядка и об управляемых процессах. Данная глава направлена на формирование основной концепции исследования.

Во второй главе диссертации, названной **“Дифференциальные игры преследования, описываемые уравнениями дробного порядка с неразделенной динамикой”** изучена задача преследования в дифференциальных играх описываемых уравнениями дробного порядка с ннеразделенной динамикой.

Первый метод Л.С. Понтрягина в дифференциальных играх дробного порядка.

Пусть в конечном евклидовом пространстве R^m движение объекта описывается дифференциальным уранением

$$D^{\alpha} z = Az + u - \upsilon + f(t), \tag{1}$$

где $z \in R^m,\ m \geq 1;$ D^{α} – оператор дробного дифференцирования, $\alpha \in (0,1],\ \ t \in [0,T],$ A – постоянная матрица порядка $m \times m,\ u,\upsilon$ – управляемые параметры , u – управляющий параметр преследующего игрока, $u \in P \subset R^m$, υ – управляющий параметр убегающего игрока, $\upsilon \in Q \subset R^m$, P и Q – компактные множества , $f(t)$ – известная измеримая вектор – функция. Дробную производную будем понимать как левостороннюю дробную производную Капуто.

Дробная производная Капуто произвольного нецелого порядка $\alpha > 0$ от функции $z(t) \in AC^{[\alpha]+1}(a,b),\ a,b \in R^1$ определяется равенством

$$D^{\alpha} z(t) = \frac{1}{\Gamma(1 - \{\alpha\})} \int_0^t \frac{d^{[\alpha]+1} z(\xi)}{d\xi^{[\alpha]+1}} \frac{d\xi}{(t-\xi)^{\{\alpha\}}}$$

Кроме того, в пространстве R^m выделено терминальное множество M. Цель преследующего игрока - вывести z на множество M и убегающий игрок стремится этому препятствовать.

Таким образом, рассматривается задача преследования о сведении траектории конфликтно – управляемой системы (1) за конечное время из заданного начального положения z_0 в терминальное множество M.

Определение 1. Если в дифференциальной игре (1) для произвольных измеримых функций $\upsilon(t),\ \upsilon(t) \in Q,\ \ 0 \leq t \leq T$ можно построить такие измеримые функции $u(t) = u(z_0, \upsilon(t)) \in P,\ \ t \in [0,T]$, что если решение $z = z(t)$ уравнения

$$D^{\alpha} z = Az + u(t) - \upsilon(t) + f(t), \qquad z(0) = z_0,$$

в момент времени $t = T$ принадлежит множеству M, то говорят, что дифференциальная игра (1) может быть закончена из начального положения z_0 за время $T = T(z_0)$.

Через $X + Y$ и $X \overset{*}{-} Y$ обозначим соответственно алгебраическую сумму и геометрическую разность множеств X, Y, соответственно.

Пусть $e_{\alpha}^{At} = t^{\alpha-1} \sum_{k=0}^{\infty} A^k \dfrac{t^{\alpha k}}{\Gamma((k+1)\alpha)}$ – матричная α – экспонента и для $r \geq 0$ имеют место равенства

$$\hat{u}(r) = e_{\alpha}^{Ar} P, \qquad \hat{\upsilon}(r) = e_{\alpha}^{Ar} Q, \qquad \hat{w}(r) = \hat{u}(r) \overset{*}{-} \hat{\upsilon}(r),$$

$$W(\tau) = \int_0^{\tau} \hat{w}(r) dr, \qquad \tau > 0, \qquad W_1(\tau) = -M + W(\tau).$$

Теорема 1. Если в игре (1) для некоторой $\tau = \tau_1$ выполняется включение

$$-z_0-\int_0^{\tau} e_{\alpha}^{A(\tau-r)}\left[Az_0+f(r)\right]dr\in W_1(\tau),$$

то из начального положения z_0 за время $T_1(z_0)=\tau_1$ можно завершить преследование.

Пусть теперь для произвольного разбиения $\omega=\{0=t_0<t_1<...<t_p=\tau\}$, $i=1,2,..,p$ отрезка $\omega-[0,\tau]$ имеет место $A_0=-M$, и

$$A_i(M,t_i)=\left(A_{i-1}(M,t_{i-1})+\int_{t_{i-1}}^{t_i} e_{\alpha}^{A(\tau_2-r)}Pdr\right)\overset{*}{-}\int_{t_{i-1}}^{t_i} e_{\alpha}^{A(\tau_2-r)}Qdr,\quad i=1,2,...,k.$$

$$W_2(\tau)=\bigcap_{\omega} A_k(M,\tau).$$

Теорема 2. Если в игре (1) для некоторой $\tau=\tau_2$ выполняется включение

$$-z_0-\int_0^{\tau} e_{\alpha}^{A(\tau-r)}\left[Az_0+f(r)\right]dr\in W_2(\tau)$$

то из начального положения z_0 за время $T_2(z_0)=\tau_2$ можно завершить преследование.

Множество $\left[-\frac{1}{\tau}M+\hat{u}(r)\right]\overset{*}{-}\hat{\upsilon}(r)$, определенное во всех $r\geq 0,\ \tau>0$ обозначим через $\hat{w}(r,\tau)$.

Рассмотрим интеграл

$$W_3(\tau)=\int_0^{\tau}\hat{w}(r,\tau)dr.$$

Теорема 3 Если в игре (1) для некоторой $\tau=\tau_3$ выполняется включение

$$-z_0-\int_0^{\tau} e_{\alpha}^{A(\tau-r)}\left[Az_0+f(r)\right]dr\in W_3(\tau)$$

то из начального положения z_0 за время $T_3(z_0)=\tau_3$ можно завершить преследование.

Обобщенное рассмотрение дифференциальной игры в линейных системах дробного порядка.

Пусть дифференциальная игра описывается уравнением

$$D^{\alpha}z=Az+u-\upsilon,\qquad z\in R^m, \tag{2}$$

где $D^{\alpha}-$оператор дробного дифференцирования порядка $\alpha,\ n-1<\alpha\leq n,\ \ n\in N$ $t\in[0,T]$, $A-m\times m$ постаянная матрица, $u,\upsilon-$управляемые параметры, $u-$параметр управления преследующего игрока, $u\in P\subset R^m$, $\upsilon-$ параметр управления убегающего игрока, $\upsilon\in Q\subset R^m$, P и Q компакы. Дробную производную будем понимать в смысле Капуто.

Если выполняется условие $z \in M$, то игра считается завершенной. Цель преследующего игрока - вывести z на множество М и убегающий игрок стремится этому препятствовать.

Определение 2. Если в дифференциальной игре (2) для произвольной измеримой функции $\upsilon = \upsilon(t), \quad 0 \le t \le T, \quad \upsilon \in Q,$ можно построить такую измеримую функцию $u(t) = u(z^0, t, \upsilon(t)) \in P, \quad t \in [0, T],$ что если решение уравнения

$$D^\alpha z = Az + u(t) - \upsilon(t), \quad z \in R^m, \ n-1 < \alpha \le n, \quad z(0) = z^0, \tag{3}$$

в момент времени $t = T$ принадлежит множеству M , то из начального положения $z^0 = (z_0^0, z_1^0, z_2^0, z_3^0, ..., z_{n-1}^0)$ за время $T = T(z^0)$ можно прекратить преследование.

Пусть $E_\eta(G;\mu) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{G^k}{\Gamma(k\eta^{-1} + \mu)}$ – обобщенная матричная функция Миттаг-Лефлера, где $\eta > 0, \ \mu \in C$ (C – множество комплексных чисел), G – произвольная квадратная матрица порядка m .

Рассмотрим динамическую систему (2) с начальными условиями

$$z^{(k)}(0) = z_k^0, \quad k = 0,1,..., n-1. \tag{4}$$

Решение уранения (3) на основе начальных условий (4) имеет следующий вид

$$z(t) = \sum_{k=0}^{n-1} t^k E_{\frac{1}{\alpha}}\left(At^\alpha; k+1\right) z_k^0 + \int_0^t (t-r)^{\alpha-1} E_{\frac{1}{\alpha}}\left(A(t-r)^\alpha; \alpha\right)[u(r) - \upsilon(r)]dr .$$

Теперь для $r \ge 0$ определим следующие:

$$\hat{u}(r) = r^{a-1} E_{\frac{1}{\alpha}}\left(Ar^\alpha; \alpha\right) P, \ \ \hat{\upsilon}(r) = r^{\alpha-1} E_{\frac{1}{\alpha}}\left(Ar^\alpha; \alpha\right) Q, \ \ \hat{w}(r) = \hat{u}(r) \overset{*}{-} \hat{\upsilon}(r);$$

$$W(\tau) = \int_0^\tau \hat{w}(r)dr, \quad \tau > 0, \quad W_1(\tau) = -M + W(\tau).$$

Для удобства введем обозначение $h_z(z^0, \tau) = \sum_{k=0}^{n-1} \tau^k E_{\frac{1}{\alpha}}\left(A\tau^\alpha; k+1\right) z_k^0$.

Теорема 4. Если в игре (2) для некоторой $\tau = \tau_1$ выполняется включение

$$-h_z(z^0, \tau) \in W_1(\tau),$$

то из начального положения z_0 за время $T_1(z_0) = \tau_1$ можно завершить преследование.

Пусть теперь для произвольного разбиения $\omega = \{0 = t_0 < t_1 < ... < t_p = \tau\}, \ i = 1,2,.., p$ отрезка $\omega - [0, \tau]$ имеет место $A_0 = -M,$ и

$$A_i(M, t_i) = \left(A_{i-1}(M, t_{i-1}) + \int_{t_{i-1}}^{t_i} (\tau - r)^{\alpha-1} E_{\frac{1}{\alpha}}\left(A(\tau-r)^\alpha; \alpha\right) P dr \right) \overset{*}{-} \int_{t_{i-1}}^{t_i} (\tau - r)^{\alpha-1} E_{\frac{1}{\alpha}}\left(A(\tau-r)^\alpha; \alpha\right) Q dr, \ \ i = 1,2,..., p,$$

$$W_2(\tau) = \bigcap_{\omega} A_k(M, \tau),$$

Теорема 5. Если в игре (2) для некоторой $\tau = \tau_2$ выполняется включение

$$-h_z\left(z^0, \tau\right) \in W_2(\tau),$$

то из начального положения z^0 за время $T_2\left(z_0\right) = \tau_2$ можно завершить преследование.

Множество $\left[-\frac{1}{\tau}M + \hat{u}(r)\right] \overset{*}{-} \hat{\upsilon}(r)$, определенное во всех $r \geq 0, \tau > 0$ обозначим через $\hat{w}(r, \tau)$.

Рассмотрим интеграл

$$W_3(\tau) = \int_0^\tau \hat{w}(r, \tau) dr.$$

Теорема 6. Если в игре (2) для некоторой $\tau = \tau_3$ выполняется включение

$$-h_z\left(z^0, \tau\right) \in W_3(\tau)$$

то из начального положения z^0 за время $T_3\left(z_0\right) = \tau_3$ можно завершить преследование.

В третьей главе диссертации, названной **«Дифференциальные игры преследования, описываемые уравнениями дробного порядка с разделенной динамикой»** рассмотрена задача преследования в дифференциальных играх, описываемых уравнениями дробного порядка с разделенной динамикой.

Пусть движение первого игрока, которого будем называть преследователем, описывается уравнением

$$D^\alpha x = Ax + u, \;\; x \in R^m, \tag{5}$$

где D^α – оператор дифференцирования порядка α , $n_1 - 1 < \alpha \leq n_1, \; n_1 \in N, \; t \in [0, T]$, $A - m \times m$ постоянная матрица .

Движение второго игрока, которого будем называть убегающим, описывается уравнением

$$D^\beta y = By + \upsilon, \;\; y \in R^m, \tag{6}$$

где D^β – оператор дифференцирования порядка β , $n_2 - 1 < \beta \leq n_2, \; n_2 \in N, \; t \in [0, T]$, $B - m \times m$ постоянная матрица, $u, \upsilon -$ параметры управления, $u -$ параметр управления преследующего игрока, $u \in P \subset R^m$, $\upsilon -$ параметр управления убегающего игрока, $\upsilon \in Q \subset R^m$, P и Q компакы. Дробную производную будем понимать в смысле Капуто.

Если в дифференциальных играх (5), (6) выполняется условие $x-y\in M$, то игра считается завершенной. Цель преследующего игрока вывести $x-y$ на множество M и убегающий игрок стремится этому препятствовать.

Определение 3. Если в дифференциальных играх (5), (6) для произвольной измеримой функции $\upsilon(t)$, $\upsilon(t)\in Q,\ 0\le t\le T,$ можно построить такую измеримую функцию $u(t)=u(x_0,y_0,t,\upsilon(t))\in P,\ t\in[0,T]$ что для решений уравнений

$$D^{\alpha}x=Ax+u(t),\ x\in R^m,\ n_1-1<\alpha\le n_1,\ \ x(0)=x^0, \tag{7}$$

$$D^{\beta}y=By+\upsilon(t),\ y\in R^m,\ n_2-1<\beta\le n_2,\ \ y(0)=y^0, \tag{8}$$

соответственно условие $x(t_1)-y(t_1)\in M$ выполняется, то из начального положения $x^0=\left(x_0^0,x_1^0,x_2^0,x_3^0,...,x_{n_1-1}^0\right)$, $y^0=\left(y_0^0,y_1^0,y_2^0,y_3^0,...,y_{n_2-1}^0\right)$, за время $T=T\left(x^0,y^0\right)$ можно прекратить преследование.

Расмотрим следующую динамическую систему (5), (6) с начальным условием

$$x^{(k)}(0)=x_k^0,\quad k=0,1,...,n_1-1,\ \ y^{(l)}(0)=y_l^0,\quad l=0,1,...,n_2-1, \tag{9}$$

тогда решении уравнений (7), (8) с начальным условием (9) примут вид

$$x(t)=\sum_{k=0}^{n_1-1}t^kE_{\frac{1}{\alpha}}\left(At^{\alpha};k+1\right)x_k^0+\int_0^t(t-r)^{\alpha-1}E_{\frac{1}{\alpha}}\left(A(t-r)^{\alpha};\alpha\right)u(r)dr,$$

$$y(t)=\sum_{l=0}^{n_2-1}t^lE_{\frac{1}{\beta}}\left(Bt^{\beta};l+1\right)y_l^0+\int_0^t(t-r)^{\beta-1}E_{\frac{1}{\beta}}\left(B(t-r)^{\beta};\beta\right)\upsilon(r)dr.$$

Теперь для $r\ge 0,$ рассмотрим $\hat{u}(r)=r^{\alpha-1}E_{\frac{1}{\alpha}}\left(Ar^{\alpha};\alpha\right)P,\ \hat{\upsilon}(r)=r^{\beta-1}E_{\frac{1}{\beta}}\left(Br^{\beta};\beta\right)Q,$ $\hat{w}(r)=\hat{u}(r)\overset{*}{-}\hat{\upsilon}(r)$, а на их основе рассмотрим интеграл

$$W(\tau)=\int_0^{\tau}\hat{w}(r)dr,\ \tau>0,\ W_1(\tau)=-M+W(\tau),$$

Для удобства введем следующие обозначения

$$h_x\left(x^0,\tau\right)=\sum_{k=0}^{n_1-1}\tau^kE_{\frac{1}{\alpha}}\left(A\tau^{\alpha};k+1\right)x_k^0,\ \ h_y\left(y^0,\tau\right)=\sum_{l=0}^{n_2-1}\tau^lE_{\frac{1}{\beta}}\left(B\tau^{\beta};l+1\right)y_l^0.$$

Теорема 7. Если в игре (5), (6) при некоторой $\tau=\tau_1$ выполняется включение

$$-h_x\left(x^0,\tau\right)+h_y\left(y^0,\tau\right)\in W_1(\tau)$$

то из начального положения x^0, y^0 за промежуток времени $T_1\left(x^0, y^0\right) = \tau_1$ можно завершить преследование.

Пусть произвольное разбиение отрезка $\omega - [0, \tau]$ имеет вид $\omega = \left\{0 = t_0 < t_1 < ... < t_p = \tau\right\}$, $i = 1,2,..., p,$ и при $A_0 = -M$ имеет место

$$A_i(M, t_i) = (A_{i-1}(M, t_{i-1}) + \int_{t_{i-1}}^{t_i} (\tau - r)^{\alpha - 1} E_{\frac{1}{\alpha}}(A(\tau - r)^{\alpha}; \alpha) P dr) \overset{*}{-}$$

$$\int_{t_{i-1}}^{t_i} (\tau - r)^{\beta - 1} E_{\frac{1}{\beta}}(B(\tau - r)^{\beta}; \beta) Q dr, \ i = 1,2,..., p,$$

$$W_2(\tau) = \bigcap_{\omega} A_k(M, \tau),$$

Теорема 8. Если в игре (5), (6) при некоторой $\tau = \tau_2$ выполняется включение

$$-h_x(x^0, \tau) + h_y(y^0, \tau) \in W_2(\tau)$$

то из начального положения x^0, y^0 за промежуток времени $T_2\left(x^0, y^0\right) = \tau_2$ можно завершить преследование.

Теперь через $\hat{w}(r, \tau)$ обозначим множество $\left[-\frac{1}{\tau} M + \hat{u}(r)\right] \overset{*}{-} \hat{\upsilon}(r)$, определенное при всех $r \geq 0,\ \tau > 0$ и рассмотрим интеграл

$$W_3(\tau) = \int_0^{\tau} \hat{w}(r, \tau) dr.$$

Теорема 9. Если в игре (5), (6) при некоторой $\tau = \tau_3$ выполняется включение

$$-h_x(x^0, \tau) + h_y(y^0, \tau) \in W_3(\tau)$$

то из начальногдо положения x^0, y^0 за промежуток времени $T_3\left(x^0, y^0\right) = \tau_3$ можно завершить преследование.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная диссертация посвящена исследованию дифференциальных игр преследования в управляемых системах дробного порядка

Основные результаты исследования состоят в следующем:

1. Разработаны новые методы для решения линейных конфликтных управляемых процессов с производной произвольного дробного порядка;
2. Поставлена задача, используя обобщенные матричные функции Миттаг-Лефлера в фиксированном управлении игроками, доказано, что можно завершить игру, используя решения в виде аналогии формулы Коши;
3. Получены достаточные условия, которые легко проверяются при наложении геометрических ограничений на управления в дифференциальных

играх, представленных уравнениями дробного порядка с разделенной и неразделенной динамикой;

4. Разработан метод аналогичный первому и второму методу Л.С. Понтрягина, третьему методу Н.Ю. Сатимова при наложении геометрических ограничений на управление в дифференциальных играх, представленных уравнениями произвольного дробного порядка с разделённой динамикой, а также с помощью этого метода доказано, что в рассматриваемой игре в определенный промежуток времени можно завершить преследование;

5. Разработан метод аналогичный первому и второму методу Л.С. Понтрягина, третьему методу Н.Ю. Сатимова при наложении геометрических ограничений на управление в дифференциальных играх, представленных уравнениями дробного порядка с неразделённой динамикой, а также с помощью этого метода доказано, что в рассматриваемой игре в определенный промежуток времени можно завершить преследование.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) PhD.27.06.2017.FM.02.01
SAMARKAND STATE UNIVERSITY

SAMARKAND STATE UNIVERSITY

ALIMOV KHAKIM NEMATOVICH

ON THE THEORY OF DIFFERENTIAL PURSUIT GAMES IN FRACTIONAL-ORDER CONTROLLED SYSTEMS

01.01.01- Differential Equations and Mathematical Physics

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Samarkand – 2019

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2019.2.PhD/FM334.

Dissertation has been prepared at Jizzakh State Pedagogical Institute.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (www.samdu.uz) and the «Ziyonet» Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor:	**Durdiyev Durdimurod Qalandarovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor
Official opponents:	**Begmatov Akram Hasanovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor
	Tohtasinov Muminjon Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor
Leading organization:	**Urganch State University**

Defense will take place «____» _____________2019 at _____ at the meeting of Scientific Council number PhD.27.06.2017.FM.02.01 at Samarkand State University. (Address: University Boulevard 15, Samarkand, 140104, Uzbekistan, Ph.: (+99866) 231-06-32, fax: (+99866) 235-19-38, e-mail: patent@samdu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at Samarkand State University (is registered №____) (Address: University Boulevard 15, Samarkand, 140104, Uzbekistan, Ph.: (+99866) 231-06-32).

Abstract of dissertation sent out on «____» _______________2019 year
(Mailing report № ___________on «____» _______________2019 year)

A.S. Soleev
Chairman of scientific council on award of scientific degrees, D.F.-M.S., professor

A.M. Khalkhuzhaev
Scientific secretary of scientific council on award of scientific degrees, D.F.-M.S.

A.B. Hasanov
chairman of scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degrees, D.F.-M.S., professor

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of the research is to search for new ways to stop prosecution in conflict situations expressed by fractional-order differential equations with divided and undivided dynamics.

The object of the research was differential games represented by divided and undivided differential equations.

The scientific novelty of the research consists of the following:

New methods have been developed for solving linear conflict-controlled processes with a fractional derivative of an arbitrary order;

The task set using the generalized Mittag-Leffler matrix functions in fixed player control has proved that the game can be completed using solutions in the form of an analogy to the Cauchy formula;

Sufficient conditions have been obtained that can easily be verified when geometric constraints are imposed on differential game controls represented by fractional-order equations with divided and undivided dynamics;

A method has been developed similar to the first and the second method of L.S. Pontryagin, the third method of N.Yu. Satimov when imposing geometric constraints on differential game controls represented by fractional equations of arbitrary order with divided dynamics. The use of this method has proved that in the game the pursuit can be stopped in a certain period of time;

A method has been developed similar to the first and the second method of L.S. Pontryagin, the third method of N.Yu. Satimov when imposing geometric constraints on differential game controls represented by fractional order equations with undivided dynamics. The use of this method has proved that in the game the pursuit can be stopped in a certain period of time.

Implementation of the research results. Based on the obtained scientific results on differential games of pursuit in fractional-order control systems:

the results of problem solving methods for fractional-order differential equations were applied in solving initial-boundary value problems for viscoelastic equations with an integral operator with a weakly singular kernel in Project No.AAAA-A19-119032590069-3 “Mathematical modelling and numerical solution of problems of continuum mechanics, and heat and mass transfer in geophysical and engineering problems” (Certificate No.49 of the Southern Mathematical Institute of the Vladikavkaz Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences as of 16 July 2019). Application of the scientific results has made it possible to prove the existence and uniqueness of the solution of the problems under consideration;

the results on the pursuit stop from a given starting point in a certain period of time for analogues to the first and the second methods of L.S. Pontryagin and the third method of N.Yu. Satimov in differential games expressed by fractional-order differential equations with divided and undivided dynamics were used in the Project No.F-4-02 “Development of new methods for solving the problem of mathematical physics and optimal control based on the spectral theory of differential operators” and were applied to the theory of nonlinearly controlled differential games of pursuit (Certificate No.89-03-3746 of the Ministry of Higher and Secondary Special Education of the Republic of Uzbekistan as of 5 October 2019). Application of the scientific results has allowed creating new methods for solving nonlinear-controlled differential games of pursuit.

The structure and volume of the dissertation. The dissertation was presented on 96 pages consisting of an introduction, three chapters, conclusions and a list of used literature.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (I часть; I part)

1. Маматов М.Ш., Алимов Х.Н. К решению задачи преследнования в управляемых распределенных системах высокого поряка // Математические труды. – Россия, 2013. - №2. С. 95-110. (Springer IF=0.788).
2. Mamatov M.Sh., Tashmanov E.B., Alimov Kh.N. Differential Games of Pursung in the Sistems with Distributed Parameters and Geometrical Restrictions // American journal of Computational Mathematics. 2013, №3. 56-61. (№40. Research Gate. IF=0.55).
3. Mamatov M.Sh., Tashmanov E.B., Alimov Kh.N. Zwquasi-Linear Discrete Games of Pursuit Described by High-Order Equation Systems // Automatic Control and Computer Sciences. 2015, № 3. 148-152. (№40. Research Gate. IF=0.46).
4. Mamatov M.Sh., Durdiyev D.K., Alimov Kh. N. On the Theory of Fraction Order Differential Games of Pursit. // Journal of Applied Mathematics and Physics, 2016, 4, 1578-1584. (№40. Research Gate. IF=0.48).
5. Mamatov M.Sh., Alimov Kh. N. Differential Games of Persecution of Frozen Order with Separate Dynamucs // Journal of Applied Mathematics and Physics, 2018, 6, 475-487. (№40. Research Gate. IF=0.64).
6. Алимов Х.Н. Дифференциальная игра преследования с распределенными параметрами высокого порядка // Вестник НУУз. – Ташкент. 2013. – № 1. – с. 87-92. (01.00.00; № 8).
7. Алимов Х.Н., Маматов М.Ш. Дискретная игра пресследования, описываемая уравнениями второго порядка с начальными условиями. // Научный вестник СамГУ. Самарканд, 2015, №3, стр. 41-46. (01.00.00; № 2).
8. Алимов Х.Н., Маматов М.Ш. О задаче преследования, описываемой дробными дифференциальными уравнениями. // Научный вестник СамГУ. Самарканд, 2016, №1, стр. 5-9. (01.00.00; № 2).
9. Алимов Х.Н. Об одной задаче пресследования, описываемой дифференциальными уравнениями дробного порядка. // Вестник НУУз, Ташкент. 2016. № 2. с. 8-14. (01.00.00; № 8).
10. Алимов Х.Н., Маматов М.Ш. К решению задачи преследования, описываемых дифференциальными уравнениями дробного порядка. // Научный вестник СамГУ. Самарканд, 2016, № 3, стр. 39-42. (01.00.00; № 2).
11. Дурдиев Д.К., Алимов Х.Н., Маматов М.Ш. Дробное интегро-дифференциальное исчисление и его приложения в теории дифференциальных игр преследования дробного порядка // Научный вестник БухГУ. Бухара, №3, 2016, стр. 5-10. (01.00.00; № 3).

12. Алимов Х.Н. Каср тартибли дифференциал ўйинларда қувиш масаласи. // Самарқанд давлат университети илмий ахборотномаси, Самарқанд. 2019. № 3. 19-22 б. (01.00.00; № 2).

13. Алимов Х.Н. Ночизиқли бошқарувли каср тартибли дифференциал ўйинлар. // Бухоро давлат университети илмий ахбороти, Бухоро. 2019. № 3. 22-25 б. (01.00.00; № 2).

14. Маматов М.Ш., Ташманов Е.Б., Алимов Х.Н. Теория управления с распределенными параметрами и геометрическими ограничениями // Монография. - Тошкент, “Fan va texnologiya”, 2013 г.

II бўлим (II часть; II part)ж8

15. Маматов М.Ш., Ташманов Е.Б., Алимов Х.Н. Многошаговые дискретные игры преследования, описываемые системами уравнений второго порядка // Вестник Тамбовского университета. Тамбов.2013. –Т.18. с.2598-2599.

16. Mamatov M.SH., Durdiev D.Q., Alimov H.N. Fractional integro-differential calculation and its appendices in the theory of differential games of prosecution of the fractional order // American Scientific Journal. 2016. № 4 (4) , pp.72-77.

17. Алимов Х.Н. О задаче пресследования в дифференциальных играх дробного порядка// Ёш математикларнинг янги теоремалари-2018 илмий конференцияси. Наманган 18-19 октябр 2018 йил. 136-140 бетлар.

18. Алимов Х.Н. Дифференциальные игры преследования, описываемые уравнениями дробного порядка//Оптимальное управление и дифференциальные игры. Международной конференции. Москва, 12–14 декабря 2018 г. 21-23 стр.

19. Алимов Х.Н., Маматов М.Ш. Об одной задаче преследования с распределенными параметрами высокого порядка // Научной конференции «Современные методы математической физики и их приложения» Ташкент. 15-17 апреля. 2015 г.

20. Дурдиев Д.К., Алимов Х.Н., Маматов М.Ш. Дробное интегро-дифференциальное исчисление и его приложения в теории дифференциальных игр пресследования // Научной конференции «Актуальные вопросы анализа» Карши. 22-23 апреля 2016 г.

21. Маматов М.Ш., Алимов Х.Н. Игровая задача преследования в системах управляемых с распределенными параметрами высокого порядка. Параллельные вычисления и задачи управления расо 2012 / Труды шестой международной конференции. – Москва, 2012. – С. 117- 128.

22. Маматов М.Ш., Алимов Х.Н. Игровая задача преследования в системах управляемых с распределенными параметрами высокого порядка // Международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий Аль-Хорезми 2012» Ташкетн. 19-22 декабря. 2012.

23. Маматов М.Ш., Алимов Х.Н. О задаче преследования, описываемой уравнениями в частных производных. // Международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий Аль-Хорезми 2012» Тж8ашкетн. 19-22 декабря. 2012.

24. Маматов М.Ш., Алимов Х.Н. Квазилинейная дифференциальная игра с переменными коэффициентами и геометрическими ограничениями // Международной конференции «Проблемы современной топологии и её приложения» Ташкент. 20-24 мая 2013 г. с.191-194.

25. Маматов М.Ш., Алимов Х.Н. Дифференциальная игра преследования с распределенными параметрами высокого порядка // Научной конференции «Актуальные вопросы геометрии и её приложения» Ташкент. 27-28 октября. 2014 г. с. 148-151.

26. Алимов Х.Н., Маматов М.Ш., О задаче преследования, описываемой дифференциальными уравнениями дробного порядка// Математик физика ва замонавий анализнинг турдош масалалари республика илмий-амалий конференцияси. Бухоро. 26-27 ноябрь 2015 й. 315-317 б.

27. Маматов М.Ш., Алимов Х.Н. Об одной игровой задачи преследования, описываемой уравнениями в частных производных// Математика ва уни замонавий педагогик технологиялар ёрдамида ўқитиш муаммолари // Республика илмий-амалий конференцияси. Навоий. 2015.

28. Маматов М.Ш., Алимов Х.Н. К теории дифференциальных игр преследования для двумерного уравнения теплопроводности с производными дробного порядка // Международная конференция «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий Аль-Хорезми 2016» Ташкетн. 9-10 ноября. 2016 г.

29. Маматов М.Ш., Алимов Х.Н. К теории дифференциальных игр преследования для двумерного уравнения теплопроводности с производными дробного порядка // Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий. Тошкент. 2016. с. 375-378.

30. Маматов М.Ш., Алимов Х.Н. О задаче преследования, описываемой дифференциальными уравнениями дробного порядка. // International scientific conference «Algebraic and geometric methods of analysis» Ukraina, Odessa. May 31-June 5. 2017 y. p. 122.

31. Маматов М.Ш., Алимов Х.Н. Задачи преследования описываемая дифференциальными уравнениями дробного порядка с нелинейными уравлениями// Проблемы современной топологии и её приложения. Тошкент. 11-12 сентября 2018 г. с. 216-218.

32. Маматов М.Ш., Ташманов Е.Б., Алимов Х.Н. Геометрические методы в задачах конфликтного управления с распределенными параметрами// Dinamikal Systems Modeling and Stability Jnvestigation /XVI international Conference. Ukraine, Kiev. May 29-31, 2013 y. p. 373.

33. Маматов М.Ш., Ташманов Е.Б., Алимов Х.Н. Дифференциальные игры преследования многих лиц с распределенными параметрами и

геометрическими ограничениями // Геометрия в Одессе – 2013 международной конференции. Одесса. 2013. с.56.

34. Маматов М.Ш., Ташманов Е.Б., Алимов Х.Н. Квазилинейние дискретные игры преследования, описываемые системами уравнений высокого порядка // Научной конференции «Современные методы математической физики и их приложения» Ташкент. 15-17 апреля. 2015 г. стр. 146-147.

35. Mamatov M.SH., Alimov H.N. The pursuit problem described by differential equations of fractional order//6th International scientific conference. Stuttgart. 2016. P. 14-18.

36. Mamatov M.SH., Alimov H.N. By solving the problem of harassment described by differential equations of fractional order//7th International scientific conference. New York. 2016. P. 6-10.